

**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
FAKULTA TEXTILNÍ**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**LIBEREC 2010**

**BC. KATEŘINA ROČKOVÁ**

# TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

## FAKULTA TEXTILNÍ



Studijní program: N3108 Průmyslový management

Studijní obor: 3106T013/80 - 1 Management jakosti

### MONITOROVÁNÍ DEFEKTŮ VE TKANINÁCH POMOCÍ HOTELLINGOVA REGULAČNÍHO DIAGRAMU A ANALÝZY HLAVNÍCH KOMPONENT

### FABRIC DEFECT DETECTION BY HOTELLING CONTROL CHART AND BY PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS

Bc. Kateřina Ročková

KHT-025

**Vedoucí diplomové práce:** prof. RNDr. Aleš Linka, CSc.

#### **Rozsah práce:**

Počet stran textu ... 107

Počet obrázků ..... 93

Počet tabulek ..... 13

Počet stran příloh... 5

Zadání diplomové práce

(vložit originál)

## **PROHLÁŠENÍ**

Byla jsem seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum

Podpis

## **PODĚKOVÁNÍ**

V této části bych chtěla poděkovat svému vedoucímu diplomové práce prof. RNDr. Aleši Linkovi, CSc. za jeho odborné vedení, rady, trpělivost a čas, který mi při konzultacích věnoval. Za velkou podporu během studia na vysoké škole bych ráda poděkovala i své rodině a přátelům.

# ANOTACE

Diplomová práce se zabývá monitorováním defektů ve tkaninách pomocí Hotellingových regulačních diagramů a analýzy hlavních komponent. Hotellingův regulační diagram se používá pro monitorování procesů v situacích, kdy na jednom objektu je měřeno více proměnných jakostních znaků najednou. Nevýhodou se však může ukázat poměrně veliký počet sledovaných jakostních znaků. U datových systémů vysoké dimenze s kolinearitami nemusí být použití těchto diagramů prakticky proveditelné. Běžně používanou metodou pro redukci dimenze dat je metoda hlavních komponent. Výhodou této metody je, že pouze několik latentních proměnných vystihuje téměř celou variabilitu původních proměnných. Pro detekci vad ve tkaninách byly použity dva přístupy. Statistický přístup je založen na statistických charakteristikách druhého řádu, které byly získány z matice plošných šedotónových závislostí. Druhý, spektrální přístup využívá charakteristiky získané z Fourierova frekvenčního spektra. Textilie je obvykle monitorována pomocí posuvných oken. Byla provedena případová studie aplikace studovaných metod k monitorování defektů ve tkaninách. Sledována byla zejména efektivnost detekce defektů.

## KLÍČOVÁ SLOVA:

Hotellingův regulační diagram, regulační diagramy Shewhartova typu, analýza hlavních komponent, matice vzájemných šedotónových závislostí, texturní analýza, výkonové frekvenční spektrum, směrová růžice, monitorování defektů ve tkaninách

# ANNOTATION

This diploma thesis deals with monitoring of defects in fabrics using Hotelling control charts and principal components analysis. Hotelling control charts are used in situations in which the simultaneous monitoring or control of two or more related quality characteristic is necessary. Application of Hotelling control charts for high dimension data system with collinearities may be practically useless. Principal component analysis reduces the dimension of the problem with the help of latent variables. The advantage of this method is that only a few latent variables capture almost the entire variability of all original variables. Two approaches were used for detection of defects in fabrics. The statistical approach is based on second-order characteristics extracted from grey level cooccurrence matrix. The second, spectral approach is based on characteristics obtained from Fourier frequency spectrum. Fabric is usually monitored by using sliding windows. There was conducted case study for monitoring fabric defects by explored methods. The efficiency of defect detection method was investigated.

## KEY WORDS:

Hotelling Control Chart, Shewhart Control Chart, Principal Component Analysis, Gray Level Cooccurrence Matrix, Texture Analysis, Fourier Spectrum, Rose of Direction, Monitoring of Fabric Defects

---

## Obsah

<b>1. ÚVOD</b>	<b>8</b>
<b>2. SOUČASNÝ STAV A POPIS PROBLEMATIKY</b>	<b>10</b>
<b>3. REGULAČNÍ DIAGRAMY</b>	<b>12</b>
3.1. ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKA REGULAČNÍCH DIAGRAMŮ	12
3.2. INTERPRETACE REGULAČNÍHO DIAGRAMU	13
3.3. OBECNÝ POSTUP SESTROJENÍ A ANALÝZY REGULAČNÍHO DIAGRAMU	13
<b>4. JEDNOROZMĚRNÉ REGULAČNÍ DIAGRAMY</b>	<b>14</b>
4.1. KLASICKÉ SHEWHARTOVY REGULAČNÍ DIAGRAMY	14
4.1.1. Regulační diagram pro střední hodnotu	14
<b>5. REGULAČNÍ DIAGRAMY PRO VÍCEROZMĚRNÉ VELIČINY</b>	<b>16</b>
5.1. HOTELLINGŮV REGULAČNÍ DIAGRAM PRO STŘEDNÍ HODNOTU ( $n > 1$ )	17
5.2. HOTELLINGŮV REGULAČNÍ DIAGRAM PRO STŘEDNÍ HODNOTU ( $n = 1$ )	20
5.3. REGULAČNÍ DIAGRAM MCUSUM	21
5.4. REGULAČNÍ DIAGRAM MEWMA	23
<b>6. METODA HLAVNÍCH KOMPONENT</b>	<b>24</b>
6.1. ANALÝZA HLAVNÍCH KOMPONENT (PCA)	25
6.2. VLASTNÍ ČÍSLA	26
6.3. POUŽITÍ METODY HLAVNÍCH KOMPONENT	27
6.3.1. Regulační diagram hlavních komponentních skóreů pro individuální pozorování ( $n = 1$ )	28
6.3.2. Regulační diagram hlavních komponentních skóreů pro logické podskupiny ( $n > 1$ )	29
6.3.3. Jednorozměrné regulační diagramy hlavního komponentního skóreů	29
<b>7. TEXTURNÍ ANALÝZA</b>	<b>30</b>
7.1. STATISTICKÝ PŘÍSTUP	30
7.1.1. Matice plošných šedotónových závislostí	30
7.1.2. Charakteristiky druhého řádu použité při testování	35
7.2. SPEKTRÁLNÍ PŘÍSTUP	36
7.2.1. Dvojměrná diskretní Fourierova transformace	36
<b>8. BĚŽNÉ VADY TKANINY</b>	<b>40</b>
<b>9. OBRAZOVÁ TESTOVACÍ SADA</b>	<b>40</b>

---

---

<b>10.</b>	<b>ANALÝZA EXPERIMENTŮ</b>	<b>44</b>
10.1.	TEST 1	45
10.2.	TEST 2	51
10.3.	TEST 3	59
10.4.	TEST 4	65
10.5.	TEST 5	72
10.6.	TEST 6	78
10.7.	TEST 7	85
10.8.	TEST 8	91
10.9.	TEST 9	98
<b>11.</b>	<b>ZÁVĚR</b>	<b>104</b>
<b>12.</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK</b>	<b>105</b>
<b>13.</b>	<b>POUŽITÁ LITERATURA</b>	<b>107</b>
<b>14.</b>	<b>PŘÍLOHY</b>	<b>109</b>

---



---

# 1. ÚVOD

Moderní přístupy pro zabezpečování jakosti jsou založeny na průběžném získávání informací o chování procesu a jeho analýze. Cílem je zajistit, aby výstupy procesu měly požadované vlastnosti (jakost) a funkce. V tomto smyslu představuje preventivní nástroj zabezpečování jakosti statistická regulace procesu (*Statistical Process Control*, zkráceně SPC). Na základě včasného odhalování významných odchylek v procesu od předem stanovené úrovně, SPC umožňuje realizovat zásahy do procesu s cílem udržet jej dlouhodobě na přípustné a stabilní úrovni, popř. umožnit proces zlepšovat.

Statistickou regulací procesu měřením rozumíme jeho udržení ve statisticky zvládnutém stavu. Pouze tak je možné zabezpečit shodu výsledků měření se specifickými požadavky na měření. Přitom předpokládáme, že chování procesu charakterizuje chování jedné nebo více výstupních veličin, které se porovnávají se stanoveným kriteriem. Po každé kontrole proto můžeme rozhodnout, zda můžeme či nemůžeme proces považovat za stabilní (statisticky zvládnutý).

Základní statistický nástroj pro řízení procesů představují regulační diagramy. Jedná se o prostředek pro znázornění a porovnání informací založených na postupných výběrech získaných v čase. Regulační diagram zachycuje vývoj variability v čase. Jednou z jeho hlavních funkcí je poskytnout informaci, kdy začne působit vymežitelná příčina, ale z druhé strany se snažíme omezit na minimum zbytečné signály, kdy k žádné významné změně v procesu nedošlo. Regulační diagramy jako určitý grafický prostředek pro regulaci procesu, který využívá statistických testů významnosti navrhl v roce 1924 pro řízení výrobních procesů Walter A. Shewhart.

Cílem práce je prozkoumat a ověřit možnosti využití regulačních diagramů pro monitorování defektů plošných textilií, speciálně tkanin. Textilie je obvykle monitorována pomocí posuvných oken. K popisu struktury textilie v okně a její analýze se zpravidla používají nástroje texturní analýzy. Textura textilie se popisuje pomocí sady texturních charakteristik získaných, ať již přímo z digitálního obrazu textilie v okně nebo z matice vzájemných šedotónových závislostí (*Gray Level Cooccurrence Matrix*, GLCM), či na základě informací z výkonového spektra obrazu textilie v okně. Tuto sadu texturních

---

charakteristik, vesměs bezrozměrných veličin, můžeme považovat za sadu jakostních znaků textury textilie sledovaných v jednom monitorovacím okně. Sledování variability jednotlivých charakteristik pomocí regulačních diagramů pro jednotlivé charakteristiky jako jakostní znaky textury textilie v monitorovaném okně je problematické, neboť jednotlivé charakteristiky bývají často korelované a postup založený na klasických Shewhartových diagramech pro každý jakostní znak lze aplikovat pouze na nekorelované jakostní znaky. Jejich použití pro vysoce korelované znaky jakosti vede k nesprávným závěrům o statistické zvládnutelnosti procesu.

Vhodným nástrojem pro korelované znaky jakosti jsou regulační diagramy, které umožňují pracovat s jediným regulačním diagramem pro vícerozměrnou veličinu představující několik jakostních znaků sledovaných najednou. Zejména jde o Hotellingův diagram, ale i diagramy typu CUSUM a EWMA pro vícerozměrné jakostní znaky. Nevýhodou se však může ukázat poměrně veliký počet sledovaných jakostních znaků. U datových systémů vysoké dimenze s kolinearitami nemusí být použití těchto diagramů prakticky proveditelné. Běžně používanou metodou pro redukci dimenze dat je metoda hlavních komponent (*Principal Component Analysis*, dále jen PCA). Metoda PCA je založená na vybudování modelu na historických datech z procesu, který je statisticky zvládnutý (tzv. *Historical Data Set*, zkráceně HDS). Regulační diagramy založené na metodě PCA lze konstruovat jak pro individuální hodnoty tak pro výběrové charakteristiky z výběrů rozsahu  $n$ .

V práci se studují možnosti monitorování defektů tkanin pomocí diagramů Hotellingova typu a regulačních diagramů založených na metodě PCA. Souhrnný přehled teoretických výsledků je uveden v kapitolách 3 až 6. Dále se studují možnosti souběžného monitorování defektů pomocí několika diagramů najednou v případě použití komponentních skóre. V kapitolách 7 je uveden základní popis různých přístupů k texturní analýze. Kapitoly 8 a 9 se zabývají běžnými vadami tkanin a popisem obrazové testovací sady. Popis experimentů a použitých metod shrnuje kapitola 10. Kapitola 11 obsahuje přehled výsledků získaných v případové studii, jež se zejména zaměřila na efektivitu monitorování defektů při získání dat pomocí různých přístupů k analýze textur a použití různých regulačních diagramů, stejně tak i závěry jednotlivých experimentů. V příloze jsou uvedeny vytvořené skripty v MATLABu.

---

## 2. SOUČASNÝ STAV A POPIS PROBLEMATIKY

Hlavní statistický nástroj pro řízení procesů měření představují regulační diagramy. Je to grafická metoda znázornění a porovnání informací založených na posloupnosti výběrů. Mezi základní regulační diagram patří Shewhartův diagram pro individuální pozorování. Regulační meze jsou dány vztahem  $\bar{x} \pm 3\sigma$ , horní mez (*Upper Control Limit* – dále jen UCL)  $\bar{x} + 3\sigma_0$  a dolní mez (*Lower Control Limit* – dále jen LCL)  $\bar{x} - 3\sigma_0$ . Pokud můžeme konstatovat, že všechna pozorování jsou v rámci regulačních mezí, jedná se o proces ve statisticky zvládnutém stavu. Ryan v [5] upozorňuje, že diagram může pouze přiměřeně dobře odhalit velké posuny ve střední hodnotě procesu. Existují i jiné postupy řízení procesů, jako je kumulativní součet (*Cumulative Sum* - dále jen CUSUM) a exponenciálně vážený klouzavý průměr (*Exponentially Weighted Moving Average* - dále jen EWMA), které jsou citlivější pro detekci malých a středních posunů.

Stoumbos et al. se v práci [6] zabýval mimo jiné regulačními diagramy pro vícerozměrné jakostní znaky. Jestliže by se při monitorování procesu pro každou proměnnou použil samostatný jednorozměrný regulační diagram, mohlo by dojít k zanedbání jejich vzájemného vlivu. Jednou z možností, jak se pokusit toto vyřešit je konstrukce regulačního diagramu pro vícerozměrnou veličinu ve tvaru jediné řídicí statistiky pro každé pozorování, případně pro podskupinu pozorování. Nejpoužívanějším regulačním diagramem pro vícerozměrnou veličinu odpovídající několika souběžně sledovaným jakostním znakům najednou je Hotellingův regulační diagram. Hotellingovým regulačním diagramem se například zabývá Zamba a Hawkins v práci [7]. Tento diagram je přímým zobecněním k Shewhartovu diagramu. Za předpokladu, že máme k dispozici výběr z  $p$ -rozměrného normálního rozdělení se známou střední hodnotou  $\mu$  a varianční maticí  $\Sigma$ , tak Hotellingova statistika  $T^2$  pro pozorovaný vektor  $\mathbf{X}_i$  má tvar

$$T^2 = (\mathbf{X}_i - \mu)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{X}_i - \mu) \quad (1)$$

Přehled regulačních diagramů pro řízení vícerozměrných statistických procesů založených na statistice  $T^2$  je uveden v práci Bersimis et al. [8]. Praktické aspekty použití těchto

---

regulačních diagramů včetně ověření předpokladů k jednotlivým diagramům jsou diskutovány v knize *Mason a Young* [13].

Problematické použití regulačních diagramů pro monitorování defektů tkanin se věnoval ve své disertační práci *Tunák* [9]. Pro získání kvalitativních dat o textuře textilie použil jednak přístup statistický, jednak přístup spektrální. Statistický přístup byl založen na texturních charakteristikách druhého řádu získaných z matic plošných šedotónových závislostí. Spektrální přístup vycházel z Fourierova frekvenčního spektra textury. Problematické automatické detekce defektů s využitím různých přístupů k texturní analýze se věnuje celá řada autorů, např. *Linka a Tunák* [23]. Řada prací má metrologické zaměření, kdy se zaměřují na monitorování některé význačné vlastnosti tkaniny, například její dostavy (viz *Lin* [17], *Linka, Tunák a Volf* [24]). Algoritmus detekce je zpravidla založen na systematickém prohlížení statického obrazu tkaniny posuvným oknem. Ve skutečném provozu je tkanina odtahovaná na válec rovnoměrnou rychlostí. V případě online kontroly by byly statické snímače obrazu rozmístěné rovnoměrně nad tkaninou po celé její šířce. K automatické detekci defektních oblastí byla použita technika současného monitorování více texturních charakteristik (jakostních znaků) a postup vyhodnocení založený na Hotellingově regulačním diagramu. Nejprve je nutné určit hodnoty charakteristik na neporušené části určité struktury tkaniny (tzv. trénovací data). Z těchto historických dat jsou stanoveny regulační meze. Algoritmus automatické detekce je pak následně aplikován na kontrolu tkaniny, která obsahuje defekty nebo porušení struktury. Důležitým parametrem pro detekci je velikost prohlížečského okna.

---

### 3. REGULAČNÍ DIAGRAMY

Regulační diagramy jsou důležitým nástrojem používaným v rámci statistického řízení procesu umožňujícím posoudit, zda variabilita procesu je způsobena pouze náhodnými nebo i jinými (vymezitelnými) vlivy. Výběr regulačního diagramu závisí na různých faktorech, například na citlivosti regulačního diagramu na změny v procesu, na výskyt korelovaných dat, na počtu znaků jakosti sledovaných současně, na korelaci mezi znaky jakosti apod. (viz [3]).

Regulační diagram lze obecně chápat jako nástroj, který statisticky včas diagnostikuje jakoukoliv neočekávanou odchylku od předepsaného modelu sledovaného znaku. Samotný model přitom může být libovolně složitý. Zlepšování procesu pomocí regulačního diagramu je postup spočívající v opakování následujících kroků:

- *sběr údajů a jejich zakreslení do diagramu*,
- *regulace* (výpočet pokusných regulačních mezí, identifikace zvláštních příčin, navržení opatření na jejich odstranění a zabezpečení, aby se neopakovaly, prověření jejich účinnosti, opakování sběru údajů a výpočtu nových regulačních mezí),
- *analýza a zlepšování* (regulační diagramy monitorují proces a umožňují jeho průběžnou analýzu a odhalování prostoru pro snižování variability vyvolané zvláštními příčinami).

Přepočet regulačních mezí se má realizovat jen tak často, jak to vyžaduje proces a znalost jeho chování (technologické zásahy do procesu, změna materiálu, měření atd.)

#### 3.1. ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKA REGULAČNÍCH DIAGRAMŮ

Regulační diagram je grafický prostředek zobrazení vývoje variability procesu v čase využívající principů testování statistických hypotéz. Jednou z funkcí efektivního využití regulačního diagramu je poskytnutí statistického signálu, když dojde k významné změně v procesu, a naopak se vyhnout zbytečnému signálu, když k takové změně nedošlo. Rozhodnutí, zda-li je či není proces ve statisticky zvládnutém stavu, umožňují tři základní linie:

1. Střední linie (*Central Line* – dále jen CL)
2. Horní regulační mez (*Upper Control Limit* – dále jen UCL)

---

### 3. Dolní regulační mez (*Lower Control Limit* – dále jen LCL)

Pro základní rozhodnutí o statistické zvládnutelnosti procesu je rozhodující stanovení horní a dolní regulační meze.

K odhadu CL se zpravidla použije aritmetický průměr, popř. medián. Spolehlivé určení směrodatné odchylky představuje klíč k správnému určení LCL a UCL, a tím i efektivnímu použití regulačního diagramu. K výpočtu kontrolních mezí se nejčastěji používají 3 směrodatné odchylky, což odpovídá pravděpodobnosti  $p=0,0027$  (viz [4]).

Regulační meze vymezují pásmo působení náhodných příčin variability a jsou základním rozhodovacím kritériem, zda učinit regulační zásah do procesu či nikoliv. V některých aplikacích se zakresluje do regulačního diagramu další meze nazývané tzv. výstražné meze:

1. Horní výstražná mez (*Upper Warning Limit* – dále jen UWL)
2. Dolní výstražná mez (*Lower Warning Limit* – dále jen LWL).

Pásmo, které vymezují tyto meze, je vždy užší než pásmo mezi regulačními mezemi, nejčastěji  $\pm 2\sigma$  od CL (viz [2]).

## 3.2. INTERPRETACE REGULAČNÍHO DIAGRAMU

Pro interpretaci regulačního diagramu platí obecně tyto základní pravidla:

- a) Leží-li všechny body uvnitř UCL a LCL je proces pokládán za statisticky zvládnutý a není požadován žádný zásah do procesu; proces je „pod kontrolou“ („*in-control*“)
- b) Leží-li některý bod mimo regulační mez UCL nebo LCL, je proces pokládán za statisticky nezvládnutý, je vyžadována identifikace vymezené příčiny této odchylky a přijetí opatření s cílem úplné či alespoň částečné eliminace vymezeného vlivu; proces je „mimo kontrolu“ („*out of control*“)

## 3.3. OBECNÝ POSTUP SESTROJENÍ A ANALÝZY REGULAČNÍHO DIAGRAMU

Při sestrojení regulačního diagramu je možné se řídit devíti základními kroky [2]:

1. Volba regulované veličiny
2. Sběr a záznam dat

- 
3. Ověření předpokladů o datech
  4. Volba rozsahu výběru
  5. Volba vhodného regulačního diagramu
  6. Výpočet hodnot zvoleného testového kritéria (výběrové charakteristiky) pro jednotlivé výběry
  7. Ověření a zajištění statistické zvládnutelnosti procesu
  8. Ověření a zabezpečení způsobilosti procesu
  9. Vlastní regulace procesu

## **4. JEDNOROZMĚRNÉ REGULAČNÍ DIAGRAMY**

Mezi jednorozměrné regulační diagramy patří Shewhartovy regulační diagramy, kterým se budeme blíže věnovat v další kapitole, a dále jednorozměrné regulační diagramy EWMA a regulační diagramy CUSUM.

### **4.1. KLASICKÉ SHEWHARTOVY REGULAČNÍ DIAGRAMY**

W. A. Shewhart vytvořil regulační diagramy v roce 1924 a položil tak základy moderního statistického řízení jakosti. Základním předpokladem užití těchto regulačních diagramů je možnost realizace dostatečného počtu výběrů. Klasické regulační diagramy byly navrženy pro sledování pouze jednoho znaku jakosti. Patří do skupiny regulačních diagramů bez paměti, neboť v aktuální hodnotě použitého testového kritéria nezohledňují jeho předchozí hodnotu. Proto se tyto diagramy hodí zejména pro odhalování větších sporadických odchylek procesu (odchylek větších než  $2\sigma$  od požadované úrovně). Teorie regulačních diagramů vychází z rozlišení dvou typů variability. První typ je náhodná variabilita způsobená náhodnými příčinami. Tento typ vyvolává široký rozsah neidentifikovatelných příčin. Z nich se každá podílí malou složkou na celkové variabilitě, ale žádná z nich nepřispívá výrazně. Druhý typ variability představuje reálnou změnu v procesu měření. Takovou změnu mohou způsobit identifikovatelné příčiny, které nejsou vnitřní součástí procesu měření a dají se alespoň teoreticky odstranit.

#### **4.1.1. REGULAČNÍ DIAGRAM PRO STŘEDNÍ HODNOTU**

Předpokládejme, že máme jakostní proměnou, která se řídí normálním rozdělením se střední hodnotou  $\mu$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma$ . Předpokládejme, že  $\mu$  a  $\sigma$  jsou oba známé

---

parametry. Uvažujme náhodný výběr  $x_1, x_2, \dots, x_n$  rozsahu  $n$  z tohoto výrobního procesu. Potom výběrový průměr  $\bar{x}$  má normální rozdělení se střední hodnotou  $\mu$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma / \sqrt{n}$ . Pro horní a dolní regulační mez pro každý výběr dostáváme ve tvaru

$$UCL = \mu + z(1 - \frac{\alpha}{2}) / \sqrt{n}, \quad (2)$$

$$LCL = \mu - z(1 - \frac{\alpha}{2}) / \sqrt{n}, \quad (3)$$

kde  $z(1-\alpha/2)$  je  $(1-\alpha/2)100\%$ -ní kvantil normovaného normálního rozdělení. Jestliže všechny výběry budou ležet mezi dolní a horní regulační mezí, pak označujeme proces jako statisticky zvládnutý. Tento regulační diagram nazýváme Shewhartovým regulačním diagramem pro střední hodnotu ve *Fázi II*.

V reálném světě však obvykle parametry  $\mu$  a  $\sigma$  neznáme, proto je nejprve musíme odhadnout. V takovém případě nejsou regulační meze pevná čísla, ale náhodné veličiny. Pro horní a dolní regulační mez ve *Fázi I* pro Shewhartův regulační diagram potom platí

$$UCL = \hat{\mu} + k\hat{\sigma} / \sqrt{n}, \quad (4)$$

$$LCL = \hat{\mu} - k\hat{\sigma} / \sqrt{n}, \quad (5)$$

kde  $\hat{\mu}$  a  $\hat{\sigma}$  jsou odhady pro střední hodnotu a směrodatnou odchylku a  $k$  je konstanta, která specifikuje vzdálenost regulačních mezí. Zpravidla volíme  $k=3$ . Uvažujme nyní, že máme výběry v  $m$  logických podskupinách, tj. že máme k dispozici  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$  výběrové průměry z výběrů rozsahu  $n$  v jednotlivých podskupinách. Potom pro odhad střední hodnoty platí

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}_j. \quad (6)$$

Pro směrodatnou odchylku můžeme použít několik různých odhadů. Zpravidla se používá odhad založený na výběrovém rozpětí. Necht'  $R_1, R_2, \dots, R_m$  označují výběrová rozpětí pro každý z  $m$  výběrů v podskupinách. Potom



---


$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_j . \quad (7)$$

je nevychýlený odhad směrodatné odchylky. Horní a dolní regulační mez pro Stewartův regulační diagram pro  $\bar{x}$  jsou potom dány vztahy

$$UCL = \bar{\bar{x}} + k\bar{R} / (d_2 \sqrt{n}) \quad (8)$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - k\bar{R} / (d_2 \sqrt{n}) , \quad (9)$$

kde  $d_2$  je střední hodnota náhodné veličiny  $R / \sigma$ . Tato střední hodnota je funkcí  $n$  a pro různé hodnoty  $n$  je tabelovaná v tabulkách.

Nechť  $x_i, i=1,2,\dots,n$  je náhodný výběr z  $N(\mu, \sigma^2)$ , kde  $\mu$  a  $\sigma^2$  známé parametry, pak horní a dolní regulační mez Shewhartova regulačního diagramu pro individuální pozorování platí

$$UCL = \mu + 3\sigma \quad (10)$$

$$LCL = \mu - 3\sigma . \quad (11)$$

Obvykle  $\mu$  a  $\sigma^2$  neznáme, potom pro horní a dolní regulační mez Shewhartova regulačního diagramu pro individuální pozorování platí

$$UCL = \bar{\bar{x}} + 3\hat{\sigma} \quad (12)$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - 3\hat{\sigma} , \quad (13)$$

kde  $\bar{\bar{x}}$  je nevychýlený odhad  $\mu$  a  $\hat{\sigma}$  je odhad směrodatné odchylky procesu. Například je možné položit  $\hat{\sigma} = S / C_4$ , kde  $S$  je výběrová směrodatná odchylka a  $C_4$  je tabulková hodnota.

## 5. REGULAČNÍ DIAGRAMY PRO VÍCEROZMĚRNÉ VELIČINY

Regulační diagramy Shewhartova typu pro sledování více jakostních znaků na jednom objektu najednou jsou analogií ke klasickým Shewhartovým diagramům pro sledování

---

jednoho jakostního znaku. Rozdíl je pouze v tom, že do výpočtu monitorovací statistiky zahrnujeme několik kvalitativních proměnných místo jednoho jakostního znaku monitorovaným na jednom objektu. *Woodall* v práci [25] diskutoval 2 různé fáze praktického použití regulačních diagramů, a to

1. *Fáze I.* Regulační diagramy se použijí pro retrospektivní testování, zda proces byl statisticky zvládnutý, když výběr prvních podskupin rozsahu  $n$  hodnot jakostních proměnných byl proveden.
2. *Fáze II.* Regulační diagramy se použijí pro testování, zda proces zůstává statisticky zvládnutý, jestliže výběr (budoucí) podskupiny hodnot jakostních proměnných je právě proveden.

*Lowry a Montgomery* v [26] navrhli, že vhodné použití Hotellingových statistik  $T_i^2$  může být rozděleno do 4 kategorií:

1. *Fáze I* a  $n=1$ , tj. pracujeme s individuálními pozorováními,
2. *Fáze I* a  $n>1$ , tj. pracujeme s logickými podskupinami,
3. *Fáze II* a  $n=1$ , tj. pracujeme s individuálními pozorováními,
4. *Fáze II* a  $n>1$ , tj. pracujeme s logickými podskupinami.

*Mason a Young* v práci [27] podali rozsáhlý základní návod pro praktickou implementaci statistického řízení vícerozměrných procesů pomocí Hotellingovy statistiky  $T_i^2$ .

## 5.1. HOTELLINGŮV REGULAČNÍ DIAGRAM PRO STŘEDNÍ HODNOTU ( $n>1$ )

Předpokládejme, že vektor  $\mathbf{X}$  má  $p$ -rozměrné normální rozdělení  $N_p(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$  a že máme k dispozici výběr  $m$  podskupin rozsahu  $n > 1$  ze sledovaného procesu. Pro konstrukci regulačního diagramu uvažujme posloupnost následujících statistik

$$T_i^2 = n(\bar{\mathbf{X}}_i - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_i - \boldsymbol{\mu}), \quad (14)$$

kde  $\bar{\mathbf{X}}_i$  je vektor výběrových průměrů vypočtený z  $i$ -té logické podskupiny, tj.

---


$$\bar{\mathbf{X}}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{X}_{ij}, \quad (15)$$

a veličiny  $\mathbf{X}_{ij}$  tvoří náhodný výběr v  $i$ -té logické podskupině,  $\boldsymbol{\mu}$  je střední hodnota a  $\Sigma$  je varianční matice ve *Fázi I* nebo ve *Fázi II*.  $T_i^2$  vyjadřuje Mahalanobisovu vzdálenost nějakého bodu od střední hodnoty  $\boldsymbol{\mu}$ . Obecně regulační diagram má obě regulační meze, tj. UCL i LCL, avšak prakticky použitelná je pouze horní regulační mez, neboť velké hodnoty statistiky  $T_i^2$  korespondují s body, které jsou hodně vzdálené od cílové střední hodnoty  $\boldsymbol{\mu}$ . Hodnoty statistiky  $T_i^2$ , které jsou malé nebo blízké nule, korespondují s body blízkými k cílové střední hodnotě  $\boldsymbol{\mu}$ .

Jestliže  $\boldsymbol{\mu}$  a  $\Sigma$  jsou známé hodnoty, pak pro rozdělení statistiky  $T_i^2$  platí

$$T_i^2 \sim \chi_p^2 \quad (16)$$

tj.  $T_i^2$  má  $\chi^2$ -rozdělení s  $p$  stupni volnosti. Horní regulační mez pro Hotellingův regulační diagram proto bude mít tvar

$$UCL = \chi_p^2(1 - \alpha), \quad (17)$$

kde  $\chi_p^2(1 - \alpha)$  je  $(1 - \alpha)$ -kvantil rozdělení  $\chi^2$  s  $p$  stupni volnosti. Tento regulační diagram se nazývá  $\chi^2$  regulační diagram pro střední hodnotu ve *Fázi II* a  $n > 1$ .

Jestliže  $\boldsymbol{\mu}$  nahradíme  $\bar{\mathbf{X}}$ ,  $\Sigma$  nahradíme  $\bar{\mathbf{S}}$  a  $\bar{\mathbf{X}}_i$  je výběrový průměr vypočtený z  $i$ -té logické podskupiny, pak statistika

$$T_i^2 = \frac{(mn - m - p + 1)}{[p(m - 1)(n - 1)]} \sim F_{p, mn - m - p + 1}, \quad (18)$$

má  $F$ -rozdělení s  $p$  a  $(mn - m - p + 1)$  stupni volnosti.  $\bar{\mathbf{X}}$  označuje výběrový průměr přes všechny podskupiny,  $\bar{\mathbf{S}}$  je průměr variančních matic, tj.

---


$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{S}_i, \quad (19)$$

kde  $\mathbf{S}_i$  je výběrová varianční matice vypočtená z  $i$ -té podskupiny, tj.

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{(n-1)} \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_i)^T. \quad (20)$$

kde veličiny  $\mathbf{x}_{ij}$  tvoří náhodný výběr v  $i$ -té logické podskupině a  $\bar{\mathbf{x}}_i$  je vektor výběrových průměrů vypočtený z této  $i$ -té logické podskupiny. Horní regulační mez regulačního diagramu pro střední hodnotu vícerozměrného procesu s neznámými parametry má tedy tvar

$$UCL = \frac{[p(m-1)(n-1)]}{(mn-m-p+1)} F_{p, mn-m-p+1}(1-\alpha). \quad (21)$$

Tento diagram nazýváme Hotellingovým regulačním diagramem pro střední hodnotu ve *Fázi I* a  $n > 1$ .

Jestliže  $\mu$  nahradíme  $\bar{\mathbf{x}}$ ,  $\Sigma$  nahradíme  $\bar{\mathbf{S}}$  a  $\bar{\mathbf{x}}_i$  je výběrový průměr vypočtený z  $i$ -té budoucí logické podskupiny, pak statistika

$$T_i^2 \frac{(mn-m-p+1)}{[p(m+1)(n-1)]} \sim F_{p, mn-m-p+1}, \quad (22)$$

má  $F$ -rozdělení s  $p$  a  $(mn-m-p+1)$  stupni volnosti. Proto horní regulační mez regulačního diagramu pro střední hodnotu vícerozměrného procesu s neznámými parametry má tedy tvar

$$UCL = \frac{[p(m+1)(n-1)]}{(mn-m-p+1)} F_{p, mn-m-p+1}(1-\alpha). \quad (23)$$

Tento diagram nazýváme Hotellingovým regulačním diagramem pro střední hodnotu ve *Fázi II* a  $n > 1$ .

---

## 5.2. HOTELLINGŮV REGULAČNÍ DIAGRAM PRO STŘEDNÍ HODNOTU ( $n=1$ )

Pro regulační diagram konstruovaný na základě individuálních pozorování ( $n = 1$ ) má testová statistika pro  $i$ -té individuální pozorování tvar

$$T_i^2 = (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu}), \quad (24)$$

kde  $\mathbf{X}_i$  je  $i$ -tý pozorovaný vektor kvalitativních znaků na jednom objektu. Předpokládáme-li, že  $\mathbf{X}_i$  má  $p$ -rozměrné normální rozdělení se známou střední hodnotou  $\boldsymbol{\mu}$  a známou varianční maticí  $\boldsymbol{\Sigma}$  a navíc předpokládáme-li, že pozorování  $\mathbf{X}_i$  jsou časově nezávislá, potom statistika  $T_i^2$  má rozdělení  $\chi^2$  o  $p$  stupních volnosti (viz *Seber* [28]). Hotellingův regulační diagram má proto horní regulační mez ve tvaru

$$UCL = \chi_p^2(1 - \alpha), \quad (25)$$

kde  $\chi_p^2(1 - \alpha)$  je  $(1 - \alpha)$ -kvantil  $\chi^2$  – rozdělení s  $p$  stupni volnosti. Tento regulační diagram nazýváme Hotellingovým regulačním diagramem pro střední hodnotu ve *Fázi II* a  $n = 1$ .

Jestliže  $\boldsymbol{\mu}$  nahradíme  $\bar{\mathbf{X}}$ ,  $\boldsymbol{\Sigma}$  nahradíme výběrovou varianční maticí  $\mathbf{S}$  a  $\mathbf{X}_i$  je  $i$ -té individuální pozorování, které není nezávislé na odhadech  $\bar{\mathbf{X}}$  a  $\mathbf{S}$ , pak statistika

$$T_i^2 \frac{m}{(m-1)^2} \sim B_{p/2, (m-p-1)/2} \quad (26)$$

má beta rozdělení s parametry  $p/2$  a  $(m-p-1)/2$ . Potom horní regulační mez Hotellingova diagramu pro střední hodnotu procesu s neznámými parametry bude mít tvar

$$UCL = \frac{(m-1)^2}{m} B_{p/2, (m-p-1)/2}(1 - \alpha). \quad (27)$$

Tento regulační diagram nazýváme Hotellingovým regulačním diagramem pro střední hodnotu procesu ve *Fázi I* a  $n = 1$ .

---

Jestliže  $\mu$  nahradíme  $\bar{\mathbf{X}}$ ,  $\Sigma$  nahradíme výběrovou varianční maticí  $\mathbf{S}$  a  $\mathbf{X}_i$  je  $i$ -té budoucí individuální pozorování, které je nezávislé na odhadech  $\bar{\mathbf{X}}$  a  $\mathbf{S}$ , pak statistika

$$T_i^2 \frac{m(m-p)}{p(m+1)(m-1)} \sim F_{p, m-p}. \quad (28)$$

má  $F$ -rozdělení s  $p$  a  $(m-p)$  stupni volnosti. Pro horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu pro střední hodnotu procesu s neznámými parametry platí

$$UCL = \frac{p(m+1)(m-1)}{m(m-p)} F_{p, m-p}(1-\alpha). \quad (29)$$

Tento regulační diagram nazýváme Hotellingovým regulačním diagram pro střední hodnotu procesu ve *Fázi II* a  $n = 1$ .

Hotellingovy regulační diagramy se používají v případech, kdy na jednom objektu měříme současně více proměnných jakostních znaků, jak již bylo dříve uvedeno. Monitorování jednotlivých jakostních znaků nezávisle na sobě vede k nesprávným závěrům o zvládnutelnosti statistického procesu v případech, kdy jsou znaky korelované. Tento postup lze praktikovat pouze na nekorelované znaky jakosti. Pro korelovaná data jsou vhodným nástrojem regulační diagramy Hotellingova typu. Tento přístup umožňuje pracovat s jediným regulačním diagramem pro více jakostních znaků najednou. Nevýhodou Hotellingova regulačního diagramu je, že nic neříká o tom, která z testovaných veličin způsobuje, že testová statistika  $T_i^2$  je mimo regulační meze. Pro tuto vícerozměrnou veličinu se předpokládá vícerozměrné normální rozdělení.

### 5.3. REGULAČNÍ DIAGRAM MCUSUM

Regulační diagramy Shewhartova typu pro monitorování více jakostních znaků najednou využívají informace jen z aktuálního výběru a jsou relativně málo citlivé na malé a střední změny ve střední hodnotě. Pro překonání tohoto problému byly vyvinuty regulační diagramy MCUSUM a MEWMA. MCUSUM regulační diagramy můžeme rozdělit do dvou základních kategorií. V první kategorii je směr posunu považován za známý, ve druhé kategorii směr posunu znám není.

Woodall a Ncube [29] popisují, jak  $p$ -rozměrný normální proces může být monitorován pomocí  $p$  jednorozměrných CUSUM diagramů pro  $p$  původních proměnných nebo pomocí  $p$  jednorozměrných CUSUM diagramů pro  $p$  hlavních komponent. Tento postup založený na více jednorozměrných CUSUM diagramech se nazývá MCUSUM. MCUSUM dává signál, jakmile jeden z jednorozměrných CUSUM regulačních diagramů je mimo statisticky zvládnutý stav.

Nechť  $\mathbf{X}_i$  je  $i$ -té pozorování z  $p$ -rozměrného normálního procesu  $N_p(\boldsymbol{\mu}_0, \Sigma_0)$  ve statisticky zvládnutém stavu,  $\boldsymbol{\mu}_0$  je střední hodnota procesu a  $\Sigma_0$  je známá varianční matice. Nechť  $\boldsymbol{\mu}_1$  je střední hodnota procesu, který není statisticky zvládnutý. Kumulativní součet pro detekování posunu ve střední hodnotě  $\boldsymbol{\mu}_0$  směrem hodnotě  $\boldsymbol{\mu}_1$  může být definován jako

$$S_i = \max \left[ (S_{i-1} + \mathbf{a}^T (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_0) - 0,5\lambda(\boldsymbol{\mu}_1)), 0 \right], \quad (30)$$

kde  $\lambda(\boldsymbol{\mu}_1)$  je druhá odmocnina z necentralizovaného parametru a  $\mathbf{a}^T = [(\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_0)^T \Sigma_0^{-1}] / \lambda(\boldsymbol{\mu}_1)$ . Pokud  $S_i \geq H$ , tak tento regulační diagram CUSUM signalizuje proces ve statisticky nezvládnutém stavu. Je tedy zřejmé, že tento postup se omezuje pouze na použití jednorozměrného postupu pro detekci posunu ve střední hodnotě normálně rozdělené proměnné. To znamená, že všechny dostupné teorie pro výpočet ARL (*Average Run Length*),  $H$  a  $S_0$  pro jednorozměrný normální CUSUM mohou být použity také pro tento vícerozměrný normální CUSUM. Crosier [14] navrhl dva nové CUSUM režimy. První návrh je založen na druhé odmocnině z Hotellingovy statistiky  $T^2$ , zatímco druhý může být odvozen nahrazením skalárů v jednorozměrných CUSUM diagramech vektory. Crosier navrhl CUSUM založený na kumulativních součtech skalárních veličin  $T_i$ , jež jsou druhou odmocninou ze statistik  $T_i^2$ . Tento CUSUM je dán vztahem

$$S_i = \max \left[ (S_{i-1} + T_i - K), 0 \right], \quad (31)$$

kde  $S_0 \geq 0$  a  $K \geq 0$ . Pokud  $S_i \geq H$ , tak CUSUM signalizuje proces ve statisticky nezvládnutém stavu. Konstanta  $H$  se stanoví například pomocí přístupu založeném na Markovských řetězcích. Crosier [14] uvedl, že hledání optimálního  $K$  vytváří posloupnost, která se velmi podobá druhé odmocnině počtu proměnných. Podobný CUSUM diagram byl navržen, jak nám říká zmínka v článku [8], a je definován jako

---


$$S_i = \max [0, S_{i-1} + D_i^2 - k], \quad (32)$$

s  $S_0 = 0$ , a  $k$  je zvoleno jako  $0,5\lambda^2(\mu_1) + p$ . Proces je mimo kontrolu, jestliže  $S_i$  přesahuje horní regulační mez  $H$ . *Pignatiello* a *Runger* použili ke stanovení konstanty  $H$  přístup založený na Markovově řetězci. Bylo zjištěno, že běžný jednorozměrný CUSUM diagram založený na po sobě jdoucích  $T_i^2$  nebo  $T_i$  statistiky, nemá dobré ARL vlastnosti.

Druhý přístup navržený *Crosierem* je CUSUM vektorů (kumulativní součet vektorů). Diagram může být určen nahrazením skalární veličin jednorozměrného CUSUMu s vektory a je dán vztahem

$$\gamma_i = [\mathbf{S}_i^T \Sigma_0^{-1} \mathbf{S}_i]^{1/2}, \quad (33)$$

kde  $\mathbf{S}_i = (\mathbf{S}_{i-1} + \mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu}_0)(1 - kC_i^{-1})$ , jestliže  $C_i > k$  a  $\mathbf{S}_i = \mathbf{0}$ , pokud  $C_i \leq k$  a  $C_i = [(S_{i-1} + x_i - \mu_0)^T \Sigma_0^{-1} (S_{i-1} + x_i - \mu_0)]^{1/2}$ . Tento diagram signalizuje proces mimo kontrolu, když  $\gamma_i > h$ , přičemž konstanta  $h$  je vybrána simulací tak, aby poskytla předdefinované ARL. Díky faktu, že ARL z tohoto grafu závisí na necentralizovaném parametru, *Crosier* doporučuje, aby  $k = \lambda(\mu_1)/2$  a  $S_0 = 0$ . Z obou CUSUMů, jak navrhuje *Crosier*, má diagram založený na vektorech lepší ARL, než ten založený na skalárech a jednorozměrném schématu.

## 5.4. REGULAČNÍ DIAGRAM MEWMA

Předpokládejme také, že  $\mathbf{X}_i$  pochází z  $p$ -rozměrného normálního procesu  $N_p(\boldsymbol{\mu}_0, \Sigma_0)$  se známou varianční maticí  $\Sigma$  a známou střední hodnotou  $\boldsymbol{\mu}_0$ . Regulační diagram MEWMA je navržený v práci *Lowry et al* [15], může být definován takto

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{R}\mathbf{x}_i + (\mathbf{I} - \mathbf{R})\mathbf{z}_{i-1} = \sum_{j=1}^i \mathbf{R}(\mathbf{I} - \mathbf{R})^{i-j} \mathbf{x}_j, \quad (34)$$

kde  $\mathbf{R} = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_p)$  a  $0 \leq r_k \leq 1$  pro  $k=1,2,3,\dots, p$  a  $\mathbf{I}$  je jednotková matice. Pokud zde není apriorní důvod, aby váhy dřívějších pozorování  $p$  monitorovaných jakostních charakteristik byly nastaveny různě, pak  $r_1 = r_2 = \dots = r_p = r$ . Počáteční hodnota  $\mathbf{z}_0$  se obvykle získá jako střední hodnota ze statisticky zvládnutého procesu. Je zřejmé, že pokud



se  $\mathbf{R}=\mathbf{I}$ , pak MEWMA regulační diagram je ekvivaletní k Hotellingovu regulačnímu diagramu  $T^2$ . MEWMA nám dává signál, že proces není ve statisticky zvládnutém stavu tehdy, když  $\mathbf{z}_i^T \Sigma_{z_i}^{-1} \mathbf{z}_i > h$ , kde  $\Sigma_{z_i}$  je varianční matice  $\mathbf{z}_i$ . Hodnota  $h$  je stanovena simulací při dosažení předem stanoveného ARL statisticky zvládnutého procesu. ARL výkonnost MEWMA regulačního diagramu závisí pouze na necentralizovaném parametru, ale v případě, kdy jsou použity různé váhy  $r_i$ , ARL závisí na směru posunu. Z toho plyne, že MEWMA regulační diagram má vlastnost směrové invariance. Varianční matice  $\mathbf{z}_i$  se získá ze vztahu

$$\Sigma_{z_i} = \sum_{j=1}^i \text{var} [\mathbf{R}(\mathbf{I} - \mathbf{R})^{i-j} \mathbf{x}_j] = \sum_{j=1}^i \mathbf{R}(\mathbf{I} - \mathbf{R})^{i-j} \Sigma (\mathbf{I} - \mathbf{R})^{i-j} \mathbf{R}, \quad (35)$$

nebo když  $r_1 = r_2 = \dots = r$ , tak se získá

$$\Sigma_{z_i} = (1 - (1 - r)^{2i}) r / (2 - r) \Sigma. \quad (36)$$

Aproximace varianční matice  $\Sigma_{z_i}$  pro  $i$  se blíží  $k \rightarrow \infty$  je rovna

$$\Sigma_{z_i} = r / (2 - r) \Sigma. \quad (37)$$

Protože MEWMA, MCUSUM#1 a vektorový CUSUM jsou směrově invariantní, můžou být porovnány s Hotellingovým regulačním diagramem. Takové srovnání ukazuje, že ARL regulačního diagramu MEWMA je přinejmenším stejně dobré jako u vektorového CUSUM diagramu a MCUSUM#1 regulačního diagramu.

## 6. METODA HLAVNÍCH KOMPONENT

Ačkoliv je Hotellingův regulační diagram  $T^2$  velmi populární a je nejjednodušší metodou na použití a interpretaci dat z vícerozměrných procesů, není možné ho použít vždy. Na rozdíl od jednorozměrných případů, měřítko hodnot zobrazených na regulačním diagramu nesouvisí přímo s měřítkem žádné sledované proměnné. Pokud statistika  $T^2$  přesáhne horní regulační mez UCL, pak uživatel neví, která z jednotlivých proměnných toto způsobila. S ohledem na měřítka jednotlivých proměnných, se velmi doporučuje sledovat jednotlivé jednorozměrné regulační diagramy souběžně s vícerozměrným regulačním diagramem.

---

Sledování regulačních diagramů jednotlivých proměnných může napomoci odhalit, která proměnná způsobuje, že je proces mimo regulační meze. Nicméně jednorozměrný regulační diagram nedokáže vysvětlit situace, které souvisí s kovariancí a korelací mezi proměnnými. To je důvodem, proč bývá použit regulační diagram pro rozptyl.

Jinou cestou, jak analyzovat vícerozměrná data, je použití hlavních komponent. Pro každé vícerozměrné měření (nebo pozorování) jsou hlavní komponenty lineárními kombinacemi  $p$  normovaných veličin. Hlavní komponenty mají dvě důležité výhody:

1. Nové proměnné jsou nekorelované (nebo téměř nekorelované),
2. Velmi často, několik (někdy 1 nebo 2) hlavních komponent, může zachytit většinu variability v datech tak, že není nutné použít všechny z  $p$  hlavních komponent pro řízení procesu.

Bohužel tento přístup má i jednu velkou nevýhodu. Totožnost původních proměnných je zpravidla ztracena. Nicméně, v některých případech lineární kombinace odpovídající hlavním komponentám s největšími vlastními čísly může přinést smysluplné měřící jednotky a jejich smysluplnou interpretaci. V regulačních diagramech se používají hlavní faktory. Hlavním faktorem je hlavní komponenta normovaná druhou odmocninou svého vlastního čísla (neboť vlastní číslo je rozptyl příslušné hlavní komponenty, viz [11]).

Podstata metody hlavních komponent spočívá v redukci dimenze řešeného problému. Jinak řečeno, metoda hlavních komponent se snaží pomocí menšího počtu tzv. latentních proměnných vyjádřit původní proměnné. Latentní proměnné musí vysvětlit co největší podíl celkového rozptylu původních proměnných a maximálně zrekonstruovat celkovou varianční nebo korelační matici, získanou z původní matice dat. Zároveň požadujeme, aby tyto latentní proměnné byly navzájem nekorelované (viz [13, 16]).

## **6.1. ANALÝZA HLAVNÍCH KOMPONENT (PCA)**

Cílem metody je transformace dat z původních proměnných  $x_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , do menšího počtu latentních proměnných  $y_j$ . Tyto proměnné mají zpravidla vhodnější vlastnosti, protože pouze několik z nich vystihuje téměř celou variabilitu původních proměnných, a tak lze zredukovat dimenzi původních dat. Nové latentní proměnné jsou vzájemně nekorelované (korelační koeficient mezi latentními proměnnými  $y_1, \dots, y_m$  je 0) a nazýváme

je hlavními komponentami. Hlavní komponenty jsou lineárními kombinacemi původních proměnných. První hlavní komponenta  $y_1$  popisuje největší část variability čili rozptylu původních dat, druhá hlavní komponenta  $y_2$  zase největší část rozptylu neobsaženého v  $y_1$ , atd. Matematicky řečeno, první komponenta je takovou lineární kombinací vstupních proměnných, která obsahuje největší variabilitu mezi všemi lineárními kombinacemi. První komponentu získáme ze vztahu

$$y_1 = \sum_{j=1}^m v_{1j} x_j = \mathbf{v}_1^T \mathbf{x}, \quad (38)$$

kde objekt  $\mathbf{x}$  obsahuje proměnné  $x_1, \dots, x_m$ . Pro vektor koeficientů  $\mathbf{v}_1^T = (v_{11}, \dots, v_{1m})^T$  platí, že variabilita vyjádřená rozptylem

$$\text{var}(y_1) = \mathbf{v}_1^T \mathbf{S} \mathbf{v}_1 = \lambda_1, \quad (39)$$

je maximální. Přičemž  $\mathbf{S}$  zde značí varianční matici původních dat,  $\lambda_1$  je největší vlastní číslo a  $\mathbf{v}_1$  je odpovídající vlastní vektor varianční matice [12].

## 6.2. VLASTNÍ ČÍSLA

Bohužel ne každá čtvercová matice má matici inverzní. S každou čtvercovou maticí můžeme spojit jediné číslo představující unikátní funkci čísel v matici. Tuto skalární funkci čtvercové matice nazýváme determinant. Determinant matice  $\mathbf{A}$  je označován  $\det(\mathbf{A})$ . Je-li determinant z čtvercové matice roven nule, matice nemá k sobě matici inverzní. Označme  $\mathbf{S}$  čtvercovou symetrickou maticí, jejíž diagonální prvky jsou výběrové rozptyly a její nediagonální prvky jsou výběrové kovariance, tzv. varianční matice. Symetrie znamená, že matice a její transpozice jsou identické (tj.  $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$ ). Příkladem je

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1^2 & s_1 s_2 r_{12} & \dots & s_1 s_p r_{1p} \\ s_2 s_1 r_{21} & s_2^2 & \dots & s_2 s_p r_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_p s_1 r_{p1} & s_p s_2 r_{p2} & \dots & s_p^2 \end{bmatrix}, \quad (40)$$

---

kde  $s_1$  a  $s_2$  jsou výběrové směrodatné odchylky a  $r_{ij}$  je výběrová korelace.  $\mathbf{S}$  je výběrová varianční matice pro pozorování vícerozměrného vektoru o velikosti  $p$  prvků. Determinant matice  $\mathbf{S}$  v tomto případě je někdy nazýván zobecněným rozptylem.

S každou čtvercovou maticí je spojena charakteristická rovnice. Charakteristická rovnice je determinant z matice, kterou dostaneme odečtením matice  $\lambda \mathbf{I}$  od matice  $\mathbf{A}$ . Například charakteristické rovnice druhého řádu (2x2) matice může být psána jako

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = \det \begin{pmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{pmatrix}. \quad (41)$$

Hodnoty kořenů charakteristické rovnice se nazývají vlastní čísla matice. S každým vlastním číslem je spojený vektor  $\mathbf{v}$ , zvaný vlastní vektor. Vlastní vektor splňuje rovnici

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}, \quad (42)$$

Pokud kompletní soubor vlastních čísel srovnáme do diagonální matice  $\mathbf{L}$ , pak platí následující vztah

$$\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{V}\mathbf{L}, \quad (43)$$

Tato rovnice udává kompletní strukturu vlastních čísel matice  $\mathbf{A}$ .

### 6.3. POUŽITÍ METODY HLAVNÍCH KOMPONENT

Metoda hlavních komponent je běžně používanou vícerozměrnou metodou pro redukci dimenze vektoru kvalitativních proměnných. Metoda je založena na klíčovém výsledku z maticové algebry, kdy čtvercovou symetrickou regulární matici (např. výběrovou varianční matici  $\mathbf{S}$ ) můžeme zredukovat na diagonální matici  $\mathbf{L}$ . Vynásobením zprava a zleva ortonormální maticí  $\mathbf{U}$ , takže  $\mathbf{U}^T \mathbf{S} \mathbf{U} = \mathbf{L}$ . Diagonální prvky matice  $\mathbf{L}$ ,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$  jsou vlastní čísla varianční matice  $\mathbf{S}$ . Sloupce matice  $\mathbf{U}$  jsou odpovídající vlastní vektory matice  $\mathbf{S}$ . Předpokládejme, že  $\mathbf{X}_i$  má  $p$ -rozměrné normální rozdělení  $N_p(\boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\Sigma}_0)$ .

Nechť  $\mathbf{x}$  je  $p \times 1$  vektor pozorování jakostních znaků a  $\bar{\mathbf{x}}$  je jejich výběrový průměr.  $i$ -tá hlavní komponenta je rovna

---


$$Z_i = \mathbf{u}_i^T (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}). \quad (44)$$

Střední hodnota  $Z_i$  je 0 a rozptyl je  $\lambda_i$  za předpokladu, že hlavní vektory  $\mathbf{u}_i$  jsou normalizované, tj.  $\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i = 1$  pro  $i=1, \dots, p$ .

$$\frac{\lambda_i}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p)}. \quad (45)$$

udává podíl variability z celkové variability dat, který vysvětluje  $i$ -tá hlavní komponenta. Přitom platí

$$\text{tr} \mathbf{S} = \text{tr} \mathbf{L} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p. \quad (46)$$

Jak již bylo uvedeno, velkou výhodou této metody je, že vede k redukci dat.

Použití PCA v řízení jakosti může být shrnuto do 3 běžně užívaných regulačních diagramů hlavních komponent:

1.  $T^2$ -regulační diagram obdrženy z hlavních komponentních skóreů
2. Regulační diagram pro komponentní rezidua
3. Regulační diagram pro jednotlivé nezávislé komponentní skóre.

### 6.3.1. REGULAČNÍ DIAGRAM HLAVNÍCH KOMPONENTNÍCH SKÓRŮ PRO INDIVIDUÁLNÍ POZOROVÁNÍ (n=1)

Regulační diagram hlavních komponent založený na Hotellingově statistice  $T_i^2$  může být zobrazen buď při zahrnutí všech  $p$  hlavních komponent ve statistice  $T_i^2$  nebo prvních  $k$  hlavních komponent. Použitím PCA je původní tvar  $T_i^2$  transformován do tvaru

$$T_i^2 = \sum_{i=1}^k \frac{Z_i^2}{\lambda_i} + \sum_{i=k+1}^p \frac{Z_i^2}{\lambda_i}. \quad (47)$$

Jestliže je použito všech  $p$  komponent, pak horní regulační mez pro  $T_i^2$  je dána vztahem

---


$$UCL = \frac{p(m+1)(m-1)}{m(m-p)} F_{p, m-p}(1-\alpha), \quad (48)$$

kde celkový počet individuálních pozorování je  $m$ . Jestliže použijeme prvních  $k$  hlavních komponent, pak pro horní regulační mez platí

$$UCL = \frac{k(m+1)(m-1)}{m(m-k)} F_{k, m-k}(1-\alpha), \quad (49)$$

### 6.3.2. REGULAČNÍ DIAGRAM HLAVNÍCH KOMPONENTNÍCH SKÓRŮ PRO LOGICKÉ PODSKUPINY ( $n>1$ )

V případě, kdy  $m$  logických podskupin rozsahu  $n>1$  je vybráno v homogenním časovém intervalu, statistika  $T_i^2$  pro použití s hlavními komponentami má následující tvar

$$T_i^2 = n \left( \sum_{i=1}^k \frac{\bar{Z}_i^2}{\lambda_i} + \sum_{i=k+1}^p \frac{\bar{Z}_i^2}{\lambda_i} \right), \quad (50)$$

kde  $\bar{Z}_i$  je průměr pro každý z  $p$  komponentních skóre přes  $n$  pozorování podskupiny. Horní regulační mez je dána vztahem

$$UCL = \frac{p(m-1)(n-1)}{(mn-m-p+1)} F_{p, mn-m-p+1}(1-\alpha). \quad (51)$$

V případě, kdy použijeme prvních  $k$  hlavních komponent, tak UCL je rovno

$$UCL = \frac{k(m-1)(n-1)}{(mn-m-k+1)} F_{k, mn-m-k+1}(1-\alpha). \quad (52)$$

### 6.3.3. JEDNOROZMĚRNÉ REGULAČNÍ DIAGRAMY HLAVNÍHO KOMPONENTNÍHO SKÓRU

V případě, kdy  $n=1$  mohou být nezávislé hlavní komponenty  $Z_i$  vyneseny jako jednorozměrný proces. Horní a dolní regulační meze jsou rovny

$$UCL = z \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{\lambda_i} \quad (53)$$


---

---


$$LCL = -z\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\lambda_i} \quad (54)$$

a centrální linie  $CL = 0$ .  $z\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$  označuje  $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)100\%$  kvantil normálního rozdělení.

V případě logických podskupin ( $n > 1$ ) opět můžeme nezávislé hlavní komponenty  $Z_i$  za účelem řízení procesu zobrazit do jednorozměrného diagramu. Pro horní a dolní regulační mez platí

$$UCL = z\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{\lambda_i}{n}} \quad (55)$$

$$LCL = -z\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{\lambda_i}{n}} \quad (56)$$

## 7. TEXTURNÍ ANALÝZA

### 7.1. STATISTICKÝ PŘÍSTUP

Jedna z možností popisu a charakterizace textury je založená na sadě číselných texturních statistik. Texturní statistiky se často rozdělují na statistiky prvního řádu, statistiky druhého řádu a vyšších řádů. Statistiky prvního řádu se počítají se zjištěných četností jednotlivých úrovní šedi v obraze, které vycházejí z histogramu úrovní šedi a zahrnují např. odhad střední úrovně šedi, odhad rozptylu úrovně šedi, odhad šikmosti úrovně šedi atp. Nevýhodou statistik prvního řádu je, že poskytují informaci jenom o rozdělení úrovní šedi v obraze, o uspořádání jednotlivých pixelů v prostoru nikoliv.

K popisu textury je výhodnější použití charakteristik druhého řádu, které charakterizují texturu taky z pohledu prostorového uspořádání. Tyto charakteristiky vypovídají o vztahu úrovně šedi mezi sousedními body v obraze a jsou založeny na tzv. matici plošných šedotónových závislostí (*Gray Level Cooccurrence Matrix* - zkráceně GLCM).

#### 7.1.1. MATICE PLOŠNÝCH ŠEDOTÓNOVÝCH ZÁVISLOSTÍ

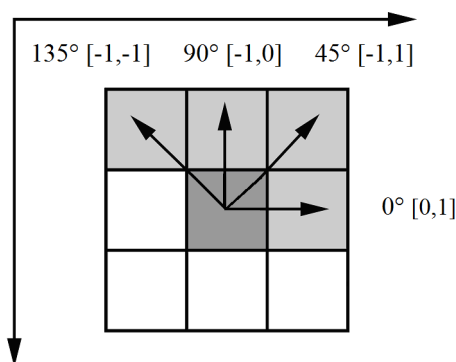
Matice plošných šedotónových závislostí je čtvercová matice,  $\mathbf{c}$ , její rozměr je dán počtem úrovní šedi v obraze. Existují dva způsoby definování matice plošných šedotónových závislostí. Může být definovaná jako směrová a rotačně invariantní. Směrová matice plošných šedotónových závislostí je definována vzhledem ke dvěma parametrům, parametr  $d$  značí vzdálenost mezi dvěma obrazovými body a parametr  $\theta$  znamená příslušný úhel mezi dvěma obrazovými body  $(x_1, y_1)$  a  $(x_2, y_2)$ . Tyto matice zachycují směrovou informaci o textuře a je vytvářet matice pro různé parametry  $d$  a  $\theta$ . Celkem existuje celkově 8 pozičních uhlů mezi dvěma sousedními pixely. Při předpokladu symetrie vzájemných vztahů sousedních bodů vystačíme jen se 4 směry ( $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ), které je možné vidět na obrázku 1 (viz [17], [18]).

Pro sestrojení rotačně invariantní matice plošných šedotónových závislostí se uvažují všechny dvojice pixelů, které jsou od sebe ve vzdálenosti  $d$ . Takovéto matice jsou definované jenom parametrem  $d$ , a můžou být vytvořené matice pro různé vzdálenosti  $d$  [19].

Jestliže  $N_h$  je celkový počet výskytů dvojic pro dané parametry  $d$  a  $\theta$  v matici plošných šedotónových závislostí  $\mathbf{c}$ , potom

$$C_{ij} = \frac{c_{ij}}{N_h} \quad (57)$$

označuje prvky normalizované matice plošných šedotónových závislostí,  $\mathbf{C}$ , která odhaduje sdružené rozdělení úrovní šedi v závislosti na  $d$  a  $\theta$ . Suma všech prvků v normalizované matici plošných šedotónových závislostí je rovna 1.





---

Obrázek 1: Vzájemná pozice mezi dvěma pixely pro  $d=1$ .

Obrázek 2 představuje příklad obrazové matice o velikosti 6x6 pixelů s počtem úrovní šedi  $G = 4$ . Obrázek 3 a) zobrazuje vypočtenou matici plošných šedotónových závislostí pro parametry  $d = 1$ ,  $\theta = 0^\circ$ , což představuje pravou horizontální závislost (vztah), obrázek 3 b) představuje GLCM pro parametry  $d = 1$ ,  $\theta = 45^\circ$ , jenž představují pravou úhlopříčnou závislost, obrázek 3 c) je GLCM pro parametry  $d = 1$ ,  $\theta = 90^\circ$ , což je vertikální závislost a GLCM pro parametry  $d = 1$ ,  $\theta = 135^\circ$  je zobrazena na obrázku 3 d). Tyto matice představují směrové matice plošných šedotónových závislostí.

Rotačně invariantní (izotropní) matice GLCM platí pro  $d=1$

$$C(1) = \frac{1}{4} (C(1,0^\circ) + C(1,45^\circ) + C(1,90^\circ) + C(1,135^\circ)) \quad (58)$$

1	1	1	1	3	3
1	2	2	2	2	1
0	2	1	2	1	1
2	2	0	1	2	0
2	2	2	2	2	3
2	3	1	1	2	2

Obrázek 2: Obrazová matice velikosti 6x6 px,  $G=4$ .

$i,j$	0	1	2	3
0	0	1	1	0
1	0	5	4	1
2	2	3	9	2
3	0	1	0	1

a)

$i,j$	0	1	2	3
0	0	0	2	0
1	0	3	3	0
2	2	5	6	3
3	0	0	1	0

b)

$i,j$	0	1	2	3
0	0	3	0	0
1	0	2	5	1
2	2	5	8	2
3	1	0	1	0

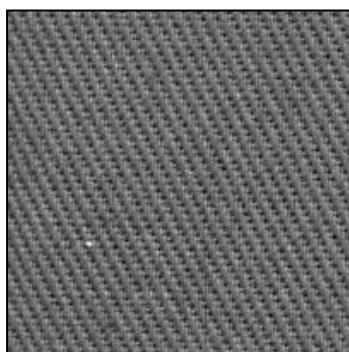
c)

$i,j$	0	1	2	3
0	0	1	1	0
1	0	1	4	1
2	2	6	6	0
3	0	0	2	0

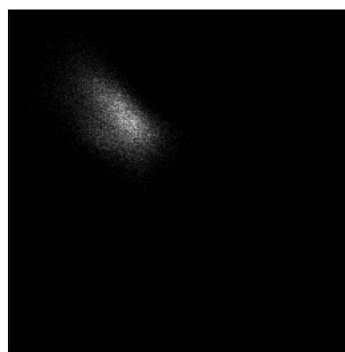
d)

Obrázek 3: a) GLCM ( $d = 1$ ,  $\theta = 0^\circ$ ), b) GLCM ( $d = 1$ ,  $\theta = 45^\circ$ ), c) GLCM ( $d = 1$ ,  $\theta = 90^\circ$ ), d) GLCM ( $d = 1$ ,  $\theta = 135^\circ$ ).

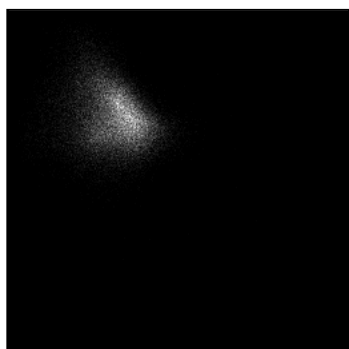
Na obrázku 4 jsou uvedeny příklady výpočtu matice plošných šedotónových závislostí z konkrétního obrazu textury (tkanina v keprové vazbě z testovací sady A) o velikosti 256 x 256 obrazových bodů s počtem úrovní šedi  $G = 256$ . Matice plošných šedotónových závislostí je zobrazená ve formě dvojrozměrného grafu, který zobrazuje četnost vzájemného výskytu úrovní šedi. Četnost je znázorněna v úrovni šedi (nulový výskyt – černá, maximální výskyt – bílá). Všechny matice plošných šedotónových závislostí jsou vypočítané pro 256 úrovní šedi. Pro výpočet byly použity parametry  $d = 1$  a  $\theta = 0^\circ$ ,  $d = 1$  a  $\theta = 45^\circ$  a  $d = 1$  a  $\theta = 90^\circ$  a  $d = 1$  a  $\theta = 135^\circ$ , které jsou vidět v pořadí na obrázcích 4 b)-e). Obrázek 4 f) představuje rotačně invariantní matici plošných šedotónových závislostí.



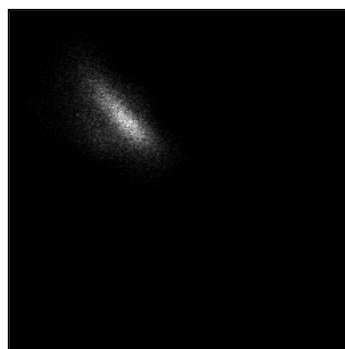
a)



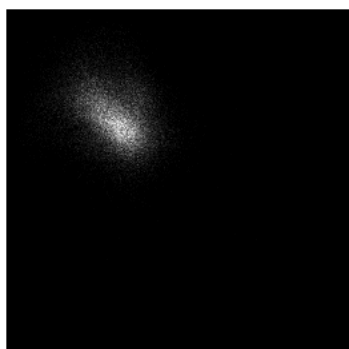
b)



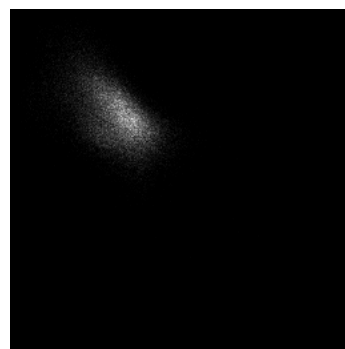
c)



d)



e)



f)

Obrázek 4: a) Originální obrázek textury,  $G=256$ , b) GLCM ( $d=1$ ,  $\theta=0^\circ$ ), c) GLCM ( $d=1$ ,  $\theta=45^\circ$ ), d) GLCM ( $d=1$ ,  $\theta=90^\circ$ ), e) GLCM ( $d=1$ ,  $\theta=135^\circ$ ), f) rotačně invariantní GLCM pro parametr  $d=1$ .

Z normalizovaných matic plošných šedotónových závislostí lze získat sadu číselných charakteristik, kterou je možné použít pro klasifikaci textur. Základní sada 15 charakteristik byla poprvé navržena [20]. V práci [9] byly pomocí metody klasifikačních stromů stanoveny charakteristiky s největší rozlišovací silou, které pak byly využité pro detekci defektů ve tkaninách.

---

### 7.1.2. CHARAKTERISTIKY DRUHÉHO ŘÁDU POUŽITÉ PŘI TESTOVÁNÍ

Vybrané texturní charakteristiky druhého řádu, které budou použity pro testovací analýzu. Tento soubor doporučuje *Tunák* [9].

#### Energie

Energie je dána vztahem

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} C_{ij}^2. \quad (59)$$

#### Korelace (autokorelace)

Korelace je dána vzorcem

$$\rho = \sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} \frac{(i - \mu_x)(j - \mu_y)C_{ij}}{\sigma_x \sigma_y}. \quad (60)$$

Hodnota korelace  $\rho$  je v intervalu  $-1, 1$ .

#### Lokální homogenita

Lokální homogenitu definujeme vztahem

$$IDM = \sum_{k=0}^{G-1} \frac{D_k}{1 + k^2}. \quad (61)$$

#### Odhad třetího momentu rozdělení součtů úrovní šedi

Pro odhad třetího momentu rozdělení součtů úrovní šedi platí

$$A = \sum_{k=0}^{2G-2} (k - SA)^3 S_k. \quad (62)$$

kde  $S_k$  je vstupní vektor rozdělení součtů úrovní šedi

$$S_k = \sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} \underbrace{C_{ij}}_{(i+j)=k}, \quad k = 0, \dots, 2G-2. \quad (63)$$

a pro výběrový průměr tohoto rozdělení platí

---


$$SA = \sum_{k=0}^{2G-2} kS_k . \quad (64)$$

### Odhad čtvrtého momentu rozdělení součtů úrovní šedi

Odhad čtvrtého momentu rozdělení součtů úrovní šedi můžeme vypočítat podle vztahu

$$B = \sum_{k=0}^{2G-2} (k - SA)^4 S_k . \quad (65)$$

## 7.2. SPEKTRÁLNÍ PŘÍSTUP

Spektrální techniky jsou založeny na dvojrozměrné diskretní Fourierově transformaci, (*2 Dimensional Discrete Fourier Transform*, zkráceně 2D DFT). Vlastnosti Fourierova spektra jsou využitelné pro popis směrovosti periodických nebo téměř periodických vzorů v obrazech textur. Vzhledem k periodické povaze tkanin je možné pozorovat a popsat souvislost mezi pravidelnou strukturou a Fourierovým spektrem ve frekvenční doméně. Směrový charakter monochromatických obrazů jasně koresponduje s vysokými hodnotami frekvenčních komponent, které jsou rozloženy podél přímých směrů v obraze spektra. Vlastnosti Fourierova spektra je možné využít pro detekci defektů ve tkaninách. Sedm charakteristik založených na nejvýznamnějších frekvencích ve směru osy a útku vypočtených ze spektra byly použity pro detekci některých typů defektů v práci [22]. Metodu pro hodnocení směrové orientace vláknenných nebo jiných objektových systémů za pomoci 2D DFT popsali autoři v práci [23]. Charakteristiky získané z odhadu směrové růžice je možné využít pro hodnocení textilií z pohledu jejich homogenity, vad a náhodných odchylek od struktury. V práci [9] byly použity pro monitorování a detekci defektů ve tkaninách.

### 7.2.1. DVOJROZMĚRNÁ DISKRÉTNÍ FOURIEROVA TRANSFORMACE

Nechť  $f(x,y)$  je obrazová funkce pro  $x = 0, 1, 2, \dots, m - 1$  a  $y = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ , kde  $m \times n$  označuje velikost obrazu. Dvojrozměrná diskretní Fourierova transformace obrazové funkce  $f(x,y)$  je dána vztahem [30]

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{m-1} \sum_{y=0}^{n-1} f(x,y) e^{-j2\pi(ux/m + vy/n)} , \quad (66)$$

pro  $u = 0, 1, 2, \dots, m - 1$  a  $v = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ . Frekvenční oblast je souřadný systém s frekvenčními proměnnými  $u$  a  $v$ . Analogicky je definovaná prostorová oblast se souřadným systémem s prostorovými proměnnými  $x$  a  $y$ . Pravoúhlá oblast  $m \times n$  definovaná pomocí  $u = 0, 1, 2, \dots, m - 1$  a  $v = 0, 1, 2, \dots, n - 1$  je označována frekvenční pravoúhelník. Je zřejmé, že frekvenční pravoúhelník má stejný rozměr jako vstupní obraz. Funkční hodnoty  $F(u, v)$  se nazývají Fourierovy koeficienty rozvoje. Hodnota transformace v počátku frekvenční oblasti (tj.  $F(0,0)$ ) se nazývá *DC (Direct Current)* komponenta Fourierovy transformace a je rovná  $mn$  x průměrná hodnota šedi v obraze. Jestliže  $f(x, y)$  je reálná funkce, její transformace je funkce komplexní. Z důvodu analýzy transformace je vhodné vypočítat její spektrum  $|F(u, v)|$  a zobrazit jako obraz. Výkonové spektrum je definované jako druhá mocnina  $|F(u, v)|$ , tj.

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2. \quad (67)$$

Pro účely vizualizace je jedno, zda zobrazujeme  $|F(u, v)|$  nebo  $P(u, v)$ . Protože dynamický rozsah hodnot spektra je příliš veliký, proto je pro  $P(u, v)$  ve škále úrovní šedi v 8-bitové hloubce provedena logaritmická transformace [30], která je definovaná

$$P(u, v) = \log(1 + |F(u, v)|^2). \quad (68)$$

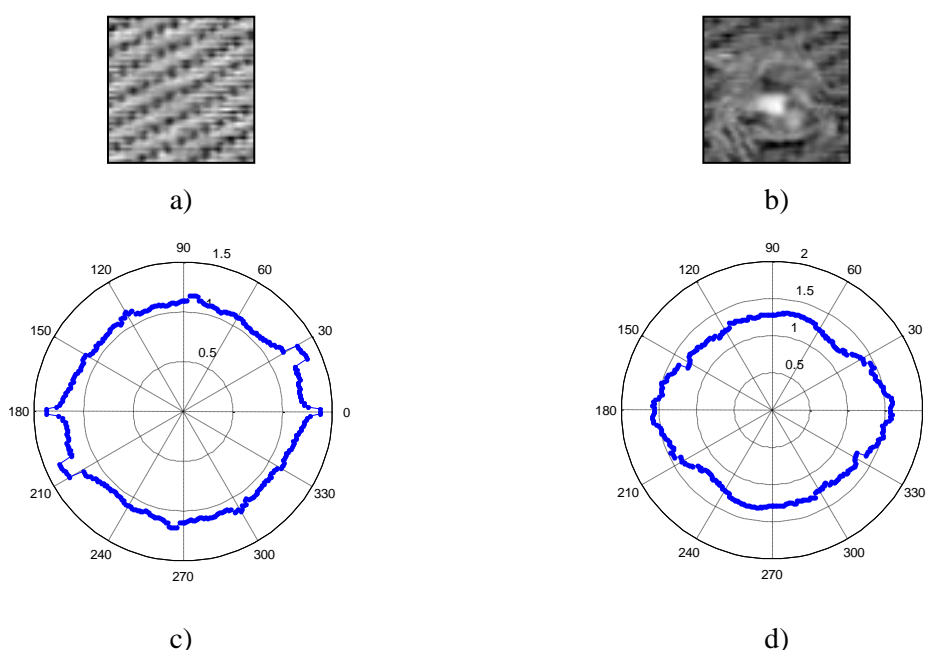
Odhad směrové růžice je pak vypočten jako suma všech frekvenčních komponent pro směrový vektor určitého úhlu  $\alpha$ . Protože transformace reálné funkce  $f(x, y)$  je komplexní číslo, jsou sečteny absolutní hodnoty  $|F(u, v)|$ . Suma frekvenčních komponent  $S_\alpha$  ve směrovém vektoru je dána

$$S_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{(m+1)/2} |F(u, v)|}{|F(0,0)|}, \quad (69)$$

kde  $\alpha$  je úhel mezi směrovým vektorem a osou  $u$ ,  $|F(u, v)|$  je frekvenční komponenta směrového vektoru o souřadnicích  $(u, v)$ ,  $m$  je velikost čtvercového obrazu. Pro odhad směrové růžice  $S_\alpha$  je hodnota vynášena do polárního diagramu. Příklady použití je možné nalézt v práci [23].

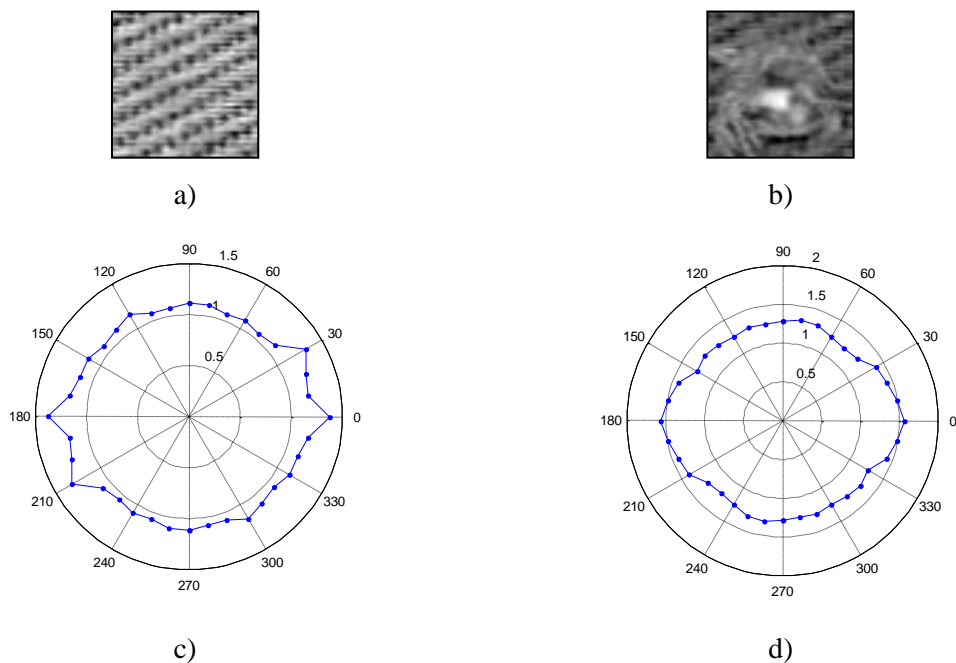
Hodnoty  $S_\alpha$  získané z obrazu tkaniny představují vektor charakteristik  $\mathbf{X}_i$ . Obrazy stejné neporušené struktury tkaniny by měly mít přibližně podobné tvary odhadu směrové růžice, tj. téměř stejné hodnoty charakteristik  $\mathbf{X}_i$ . Naopak, obraz struktury tkaniny, která obsahuje porušení, bude mít tvar odhadu směrové růžice a hodnoty charakteristik  $\mathbf{X}_i$  jiné. Tohoto faktu lze využít pro monitorování defektů ve tkaninách.

Byly vypočteny hodnoty  $S_\alpha$  s uhlovým krokem  $1^\circ$  pro vybrané okno o velikosti 50x50 pixelů v obraze tkaniny z testovací sady A, viz obrázky 5 a) a b). Na obrázku 5 c) a d) jsou zobrazeny korespondující odhady směrové růžice získané po kroku  $1^\circ$ . Zdrojový kód byl navrhnut autorem v práci [9].



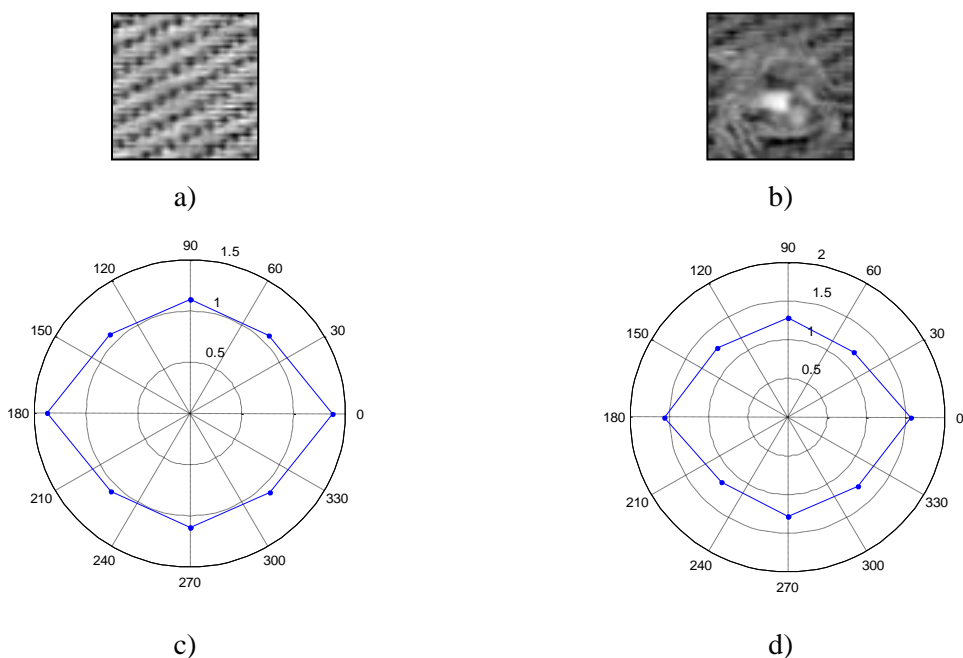
Obrázek 5: a) okno bez vady, b) okno s vadou díra, c)-d) odhady směrové růžice s krokem  $1^\circ$ .

Na obrázku 6 a) a b) jsou zobrazeny vybraná okna o velikosti 50x50 pixelů z tkaniny z testovací sady A. Následně byly vypočteny hodnoty  $S_\alpha$  s uhlovým krokem  $10^\circ$  pro vybraná okna. Obrázek 6 c) a d) jsou korespondující odhady směrových růžic získané po kroku  $10^\circ$ .



Obrázek 6: a) okno obrazu bez vady, b) okno obrazu s vadou díra, c)-d) odhady směrové růžice s krokem  $10^\circ$ .

Pro okna o velikosti  $50 \times 50$  pixelů z obrázku 7 a) a b) byly vypočteny hodnoty  $S_\alpha$  s uhlovým krokem  $45^\circ$ . Na obrázku 7 c) a d) jsou zobrazeny korespondující odhady směrové růžice získané po kroku  $45^\circ$ .



Obrázek 7: a) okno obrazu bez vady, b) okno obrazu s vadou díra, c)-d) odhady směrové růžice s krokem  $45^\circ$ .



---

## 8. BĚŽNÉ VADY TKANINY

Defekt (vada) je ve skutečnosti nějaká viditelná odchylka od předpokládaného normálu a způsobuje snížení kvality výsledného výrobku. Přítomnost defektů ve výsledné tkanině může být přisuzována mnoha faktorům. Defekty ve tkanině mohou být výsledkem nedokonalosti vláken nebo příze, chyby v průběhu tkacího procesu nebo během barvení anebo jiných zušlechťovacích procesů. Vady ve tkanině je možné rozdělit přibližně do tří skupin. Vady ve směru útku, vady ve směru osnovy a vady nezávislé na směru. Při testování se monitorovaly vizuální defekty, konkrétně díra, skvrna a zátrh.

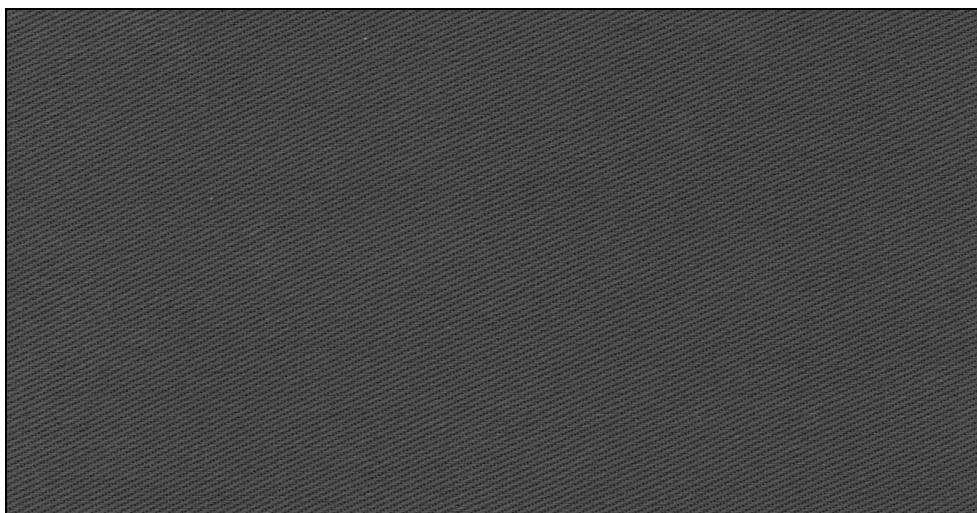
## 9. OBRAZOVÁ TESTOVACÍ SADA

Všechny obrázky byly neskenované na skeneru v rozlišení 200 ppi v 8-bitové hloubce (tj. 256 úrovní šedi). Skener byl zvolen z důvodu rovnoměrného nasvícení. Obrázky byly uloženy v obrazovém formátu .jpg.

Pro testování byla nejdříve vybrána **testovací sada A**, která je uvedena na obrázku 8 a) – c). Obrázek 8 a) je vzorek tkaniny bez vady, dále značen jako vzorek A1, obrázek 8 b) je vzorek tkaniny s vadou díra, dále značen A2 a obrázek 8 c) je vzorek tkaniny s vadou zátrh, což pro testování je vzorek A3. Jedná se o tkaninu keprové vazby K 1/2 Z, materiál bavlna, v barvě bordó.

**Testovací sada B**, která je uvedena na obrázku 9, je v panamové vazbě PA 2/2, materiál bavlna, barva žlutooranžová. Obrázek 9 a) je vzorek bez vady, b) je vzorek s vadou díra.

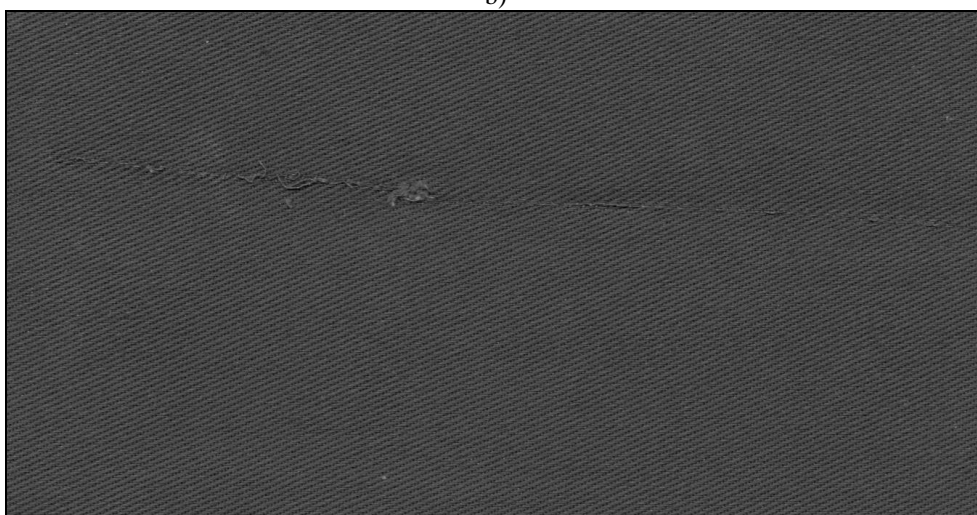
**Testovací sada C** (viz obrázek 10 a) a b)) představuje tkaninu v keprové vazbě K 1/2 Z, materiál bavlna, v barvě modré. Na obrázku 10 a) je obraz tkaniny bez vady a na obrázku 10 b) je vzorek tkaniny s vadou skvrna.



a)

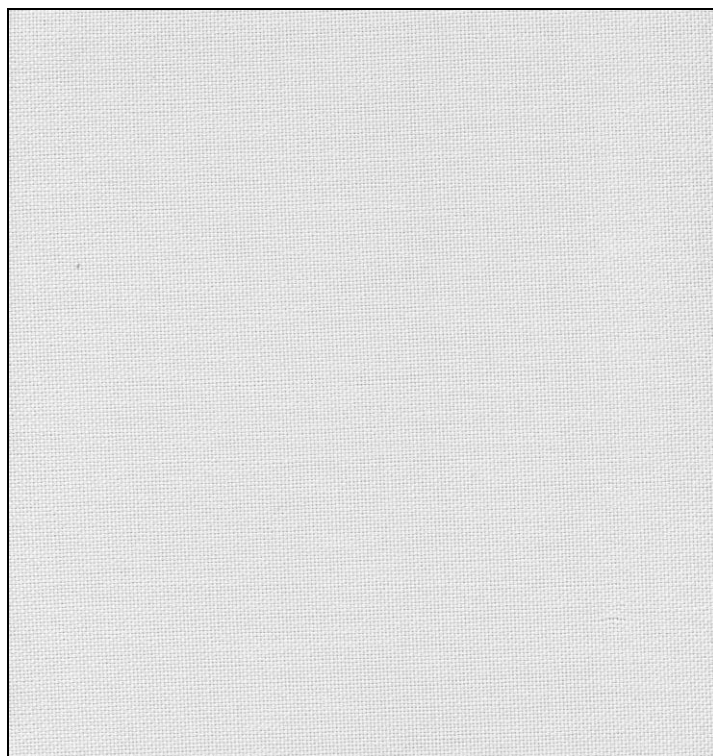


b)



c)

Obrázek 8: a) vzorek A1 bez vady, b) vzorek A2 s vadou díra, c) vzorek A3 s vadou zátrh.

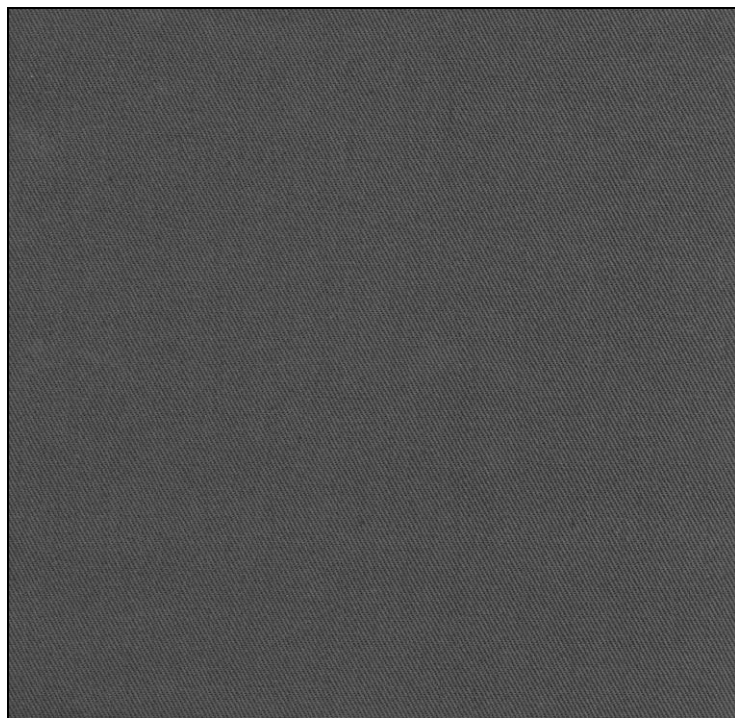


a)

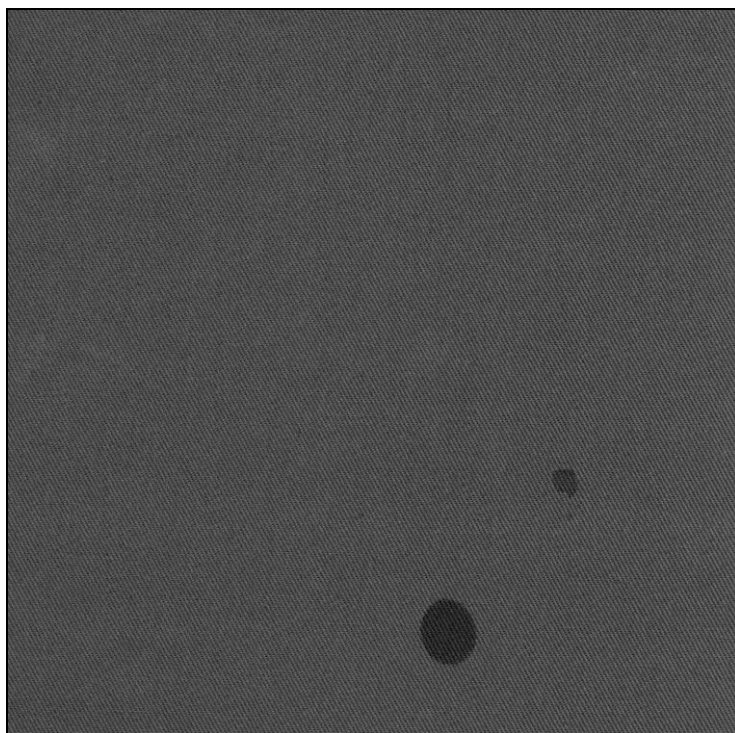


b)

Obrázek 9: Testovací sada B, a) vzorek B1 bez vady , b) vzorek B2 s vadou díra.



a)



b)

Obrázek 10: Testovací sada B, a) vzorek C1 bez vady, b) vzorek C2 s vadou skvrna.

---

## 10. ANALÝZA EXPERIMENTŮ

V následujících testech se testovaly obrazové sady A, B a C. Velikost prohlížečského okna byla při testech stanovena na 50x50 pixelů nebo 100x100 pixelů. Výběr oken byl prováděn pomocí vytvořené funkce `sliding.m` (viz příloha) s možností nastavení „sample“ a „systematic“. Možnost „sample“ představuje náhodný výběr oken o určité velikosti bez překrývání s nastavením počtu oken ve výběru. Počet oken ve výběru se v testech měnil od 40 do 100 oken. V závislosti na počtu oken můžeme sledovat, jak míra informací obsažená v těchto oknech ovlivňuje konečný výsledek monitorování defektů. Druhou možností výběru oken je nastavení „systematic“, kdy se okna vybírají systematicky po sloupcích a řádcích v celé ploše obrazu. Okna se navzájem nepřekrývají. Při testech se používají dva přístupy texturní analýzy – statistický a spektrální. Statistický přístup je založen na izotropní matici plošných šedotónových závislostí pro  $d=1$  a  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $\theta = 90^\circ$ ,  $\theta = 135^\circ$ , podle vztahu (58). Pro testování bylo použito 5 texturních charakteristik – energie, autokorelace, lokální homogenita, odhad třetího momentu rozdělení součtů úrovní šedi a odhad čtvrtého momentu rozdělení součtů úrovní šedi (viz 7.1.2). Texturní charakteristiky jsou bezrozměrné veličiny. Některé z charakteristik vykazují malé hodnoty, jiné velmi velké, proto pro statistickou analýzu bylo provedeno normování jednotlivých veličin. Dalším důvodem, proč bylo použito normování veličin je ten, že při výpočtu Hotellingovy statistiky  $T_i^2$  je nutné vypočítat inverzi výběrové varianční matice. Tato matice je velmi často špatně podmíněná, proto výpočet inverzní matice je nepřesný nebo není vůbec možný. Metodu PCA proto aplikujeme na výběrovou korelační matici při použití jednotlivých normovaných veličin, tj. byl použit přepis Hotellingovy statistiky

$$T_i^2 = (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}) = \mathbf{Y}_i^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}_i, \quad (70)$$

kde  $\mathbf{R}$  je výběrová korelační matice a  $\mathbf{Y}_i$  jsou normované vektory charakteristik. Regulační diagram ve *Fázi I* pro  $n=1$ , kde UCL je dána vzorcem (27) označme **HD1**. Regulační diagram ve *Fázi II* pro  $n=1$ , kde UCL je dána vztahem (29) označme **HD2**. Druhý přístup je přístup spektrální založený na dvojrozměrné diskrétní Fourierově transformaci. Vlastnosti Fourierova spektra jsou využitelné pro popis směrovosti vzorů v obraze textur, a proto je možné je aplikovat na detekci defektů ve tkaninách (podrobněji viz 7.2). Byly

---

použity charakteristiky získané ze směrové růžice po 10°. Pro každý test jsou parametry nastavení testu uvedeny v tabulce.

## 10.1. TEST 1

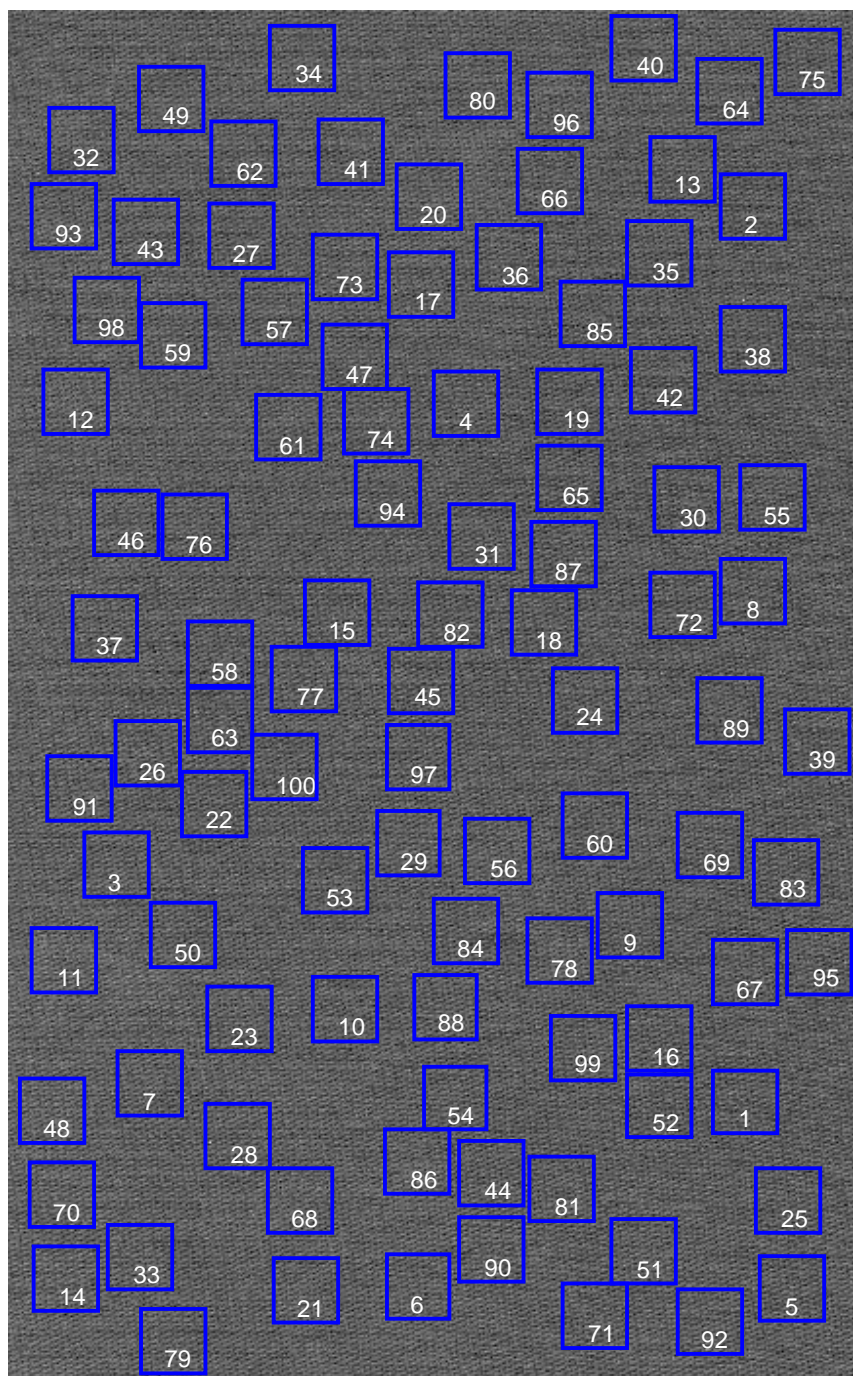
Tabulka 1: Parametry nastavení testu 1.

<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek A1
<b>Velikost okna:</b>	100 x 100 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	100
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek A2
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	50
<b>Texturní přístup:</b>	Statistický

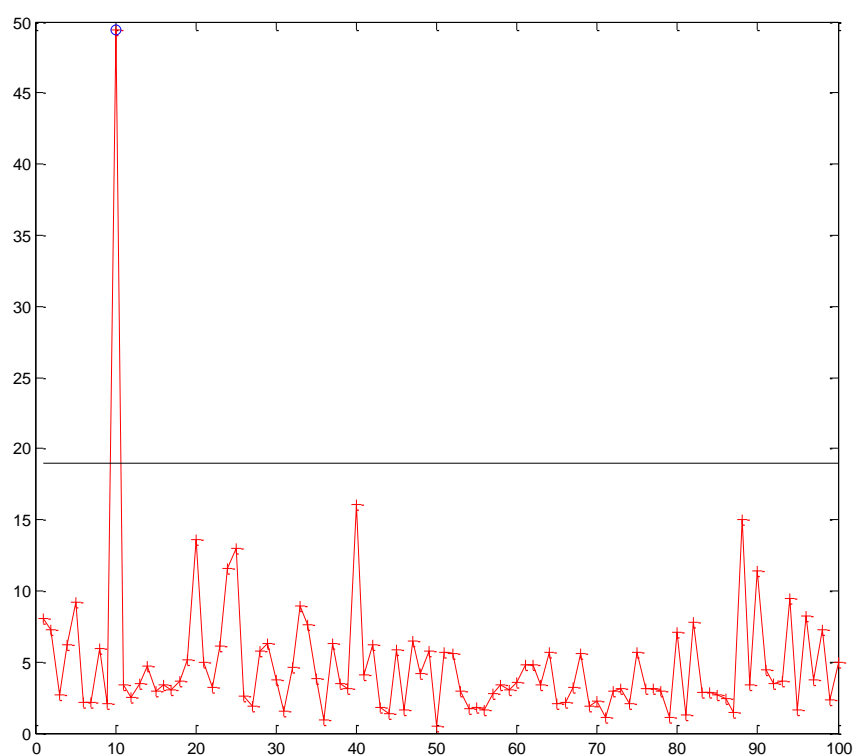
### Zhodnocení výstupů z testu 1

Z oken byly získány vektory texturních charakteristik a vypočteny Hotellingovy statistiky  $T_i^2$ . Data, která překračují horní regulační mez, jsou v regulačním diagramu označena modrým kroužkem, viz obrázek 12. Na obrázku 13 jsou označena okna, pro která  $T_i^2$  jsou mimo regulační mez. Data z okna č. 10 (viz obrázek 13) byla odstraněna z výběru a takto vzniklý soubor dat byl použit pro stanovení výběrových charakteristik a regulačních mezí pro Hotellingův regulační diagram pro budoucí individuální pozorování ve *Fázi II* a  $n=1$ . Z Hotellingova regulačního diagramu bylo zjištěno, že pokud trénovací data pocházejí ze vzorku A1 a test probíhá na vzorku A2, tak jsou všechna data mimo regulační mez diagramu, jak je patrné z obrázku 15. Dále byla provedena analýza hlavních komponent a hlavní komponentní skóry vykresleny do grafu. Na obrázku 17 je porovnání pěti hlavních komponentních skóre. Jejich regulační meze jsou stanoveny podle vztahu (53) a (54). Po vykreslení grafu závislostí (viz obrázek 18) mezi energií a autokorelací bylo zjištěno, že data ze vzorku A1 (v obrázku vyznačeny modře) mají nastaveny jiné parametry rozdělení než data ze vzorku A2 (v obrázku označeny červeně). Na obrázku 19 můžeme pozorovat porovnání závislostí mezi texturními charakteristikami vždy pro data z tkaniny bez vady vzorek A1 a pro data z tkaniny s vadou vzorek A2. Skupina dat ze vzorku A1 je vzdálena od skupiny dat ze vzorku A2. K tomuto jevu dochází zřejmě z důvodu posunutí tkaniny při skenování nebo z důvodu, že po získání vzorku A1 byla část tkaniny s vadou přezhlena (vzorek A2).

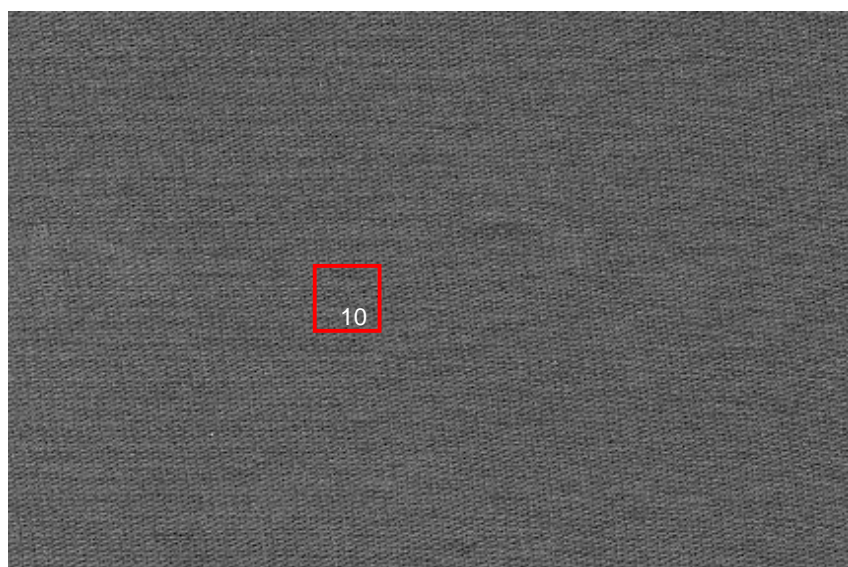




Obrázek 11: Zobrazení náhodného výběru oken ze vzorku A1.

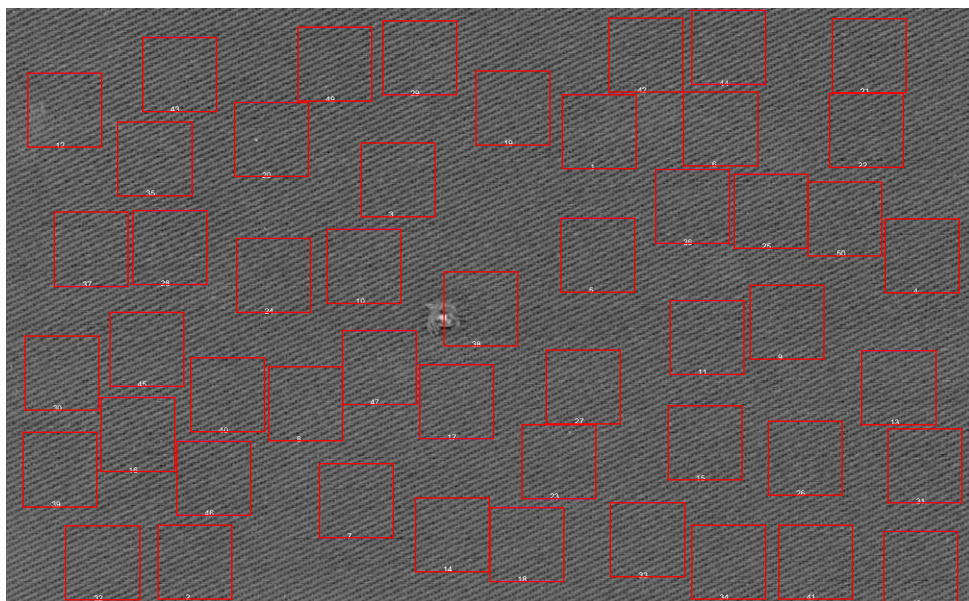


Obrázek 12: Hotellingův regulační diagram HD1 z testovacích dat vzorku A1 (viz obr. 16).

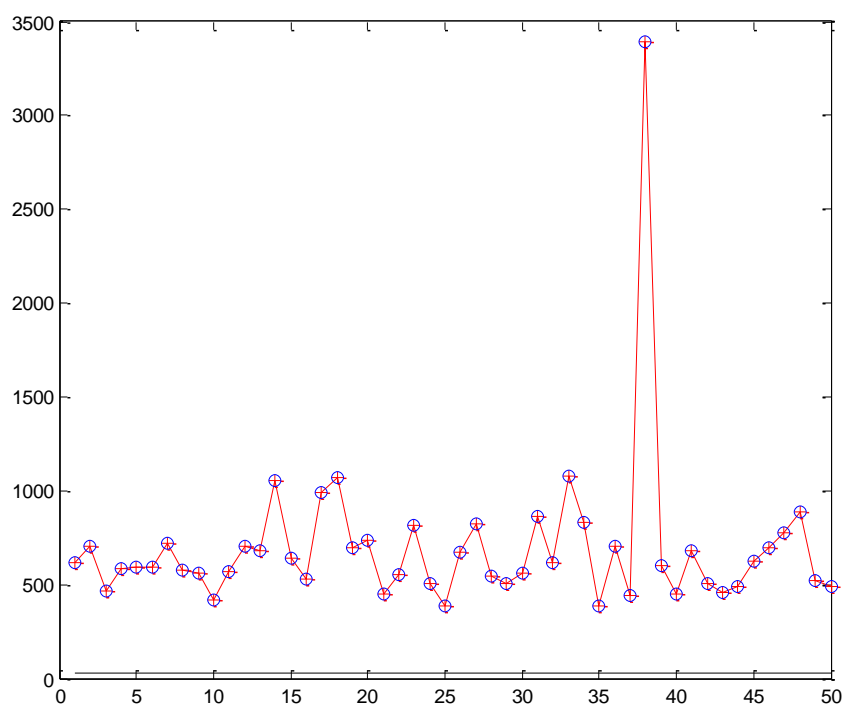


Obrázek 13: Zobrazení oken, pro které je statistika  $T_i^2$  mimo regulační meze při použití Hotellingova regulačního diagramu HD1.

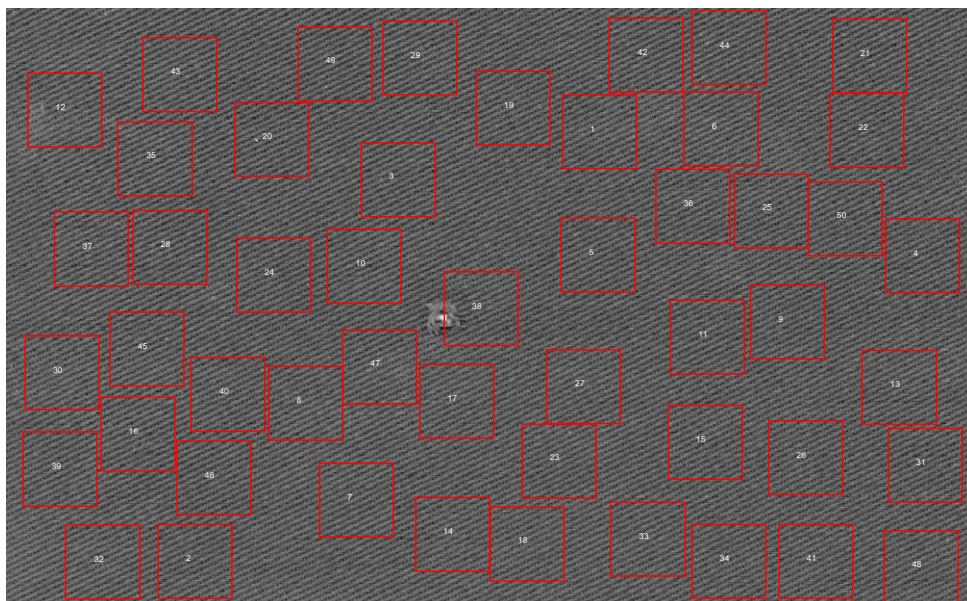




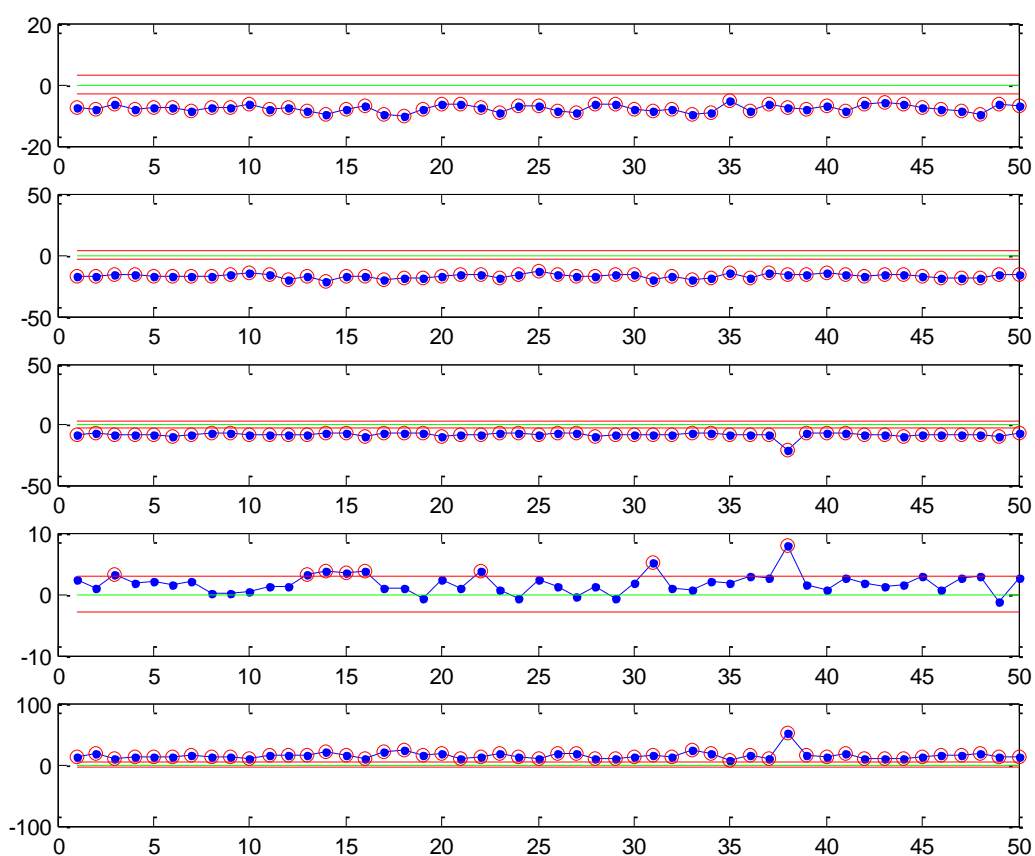
Obrázek 14: Náhodný výběr oken z výřezu z tkaniny s vadou.



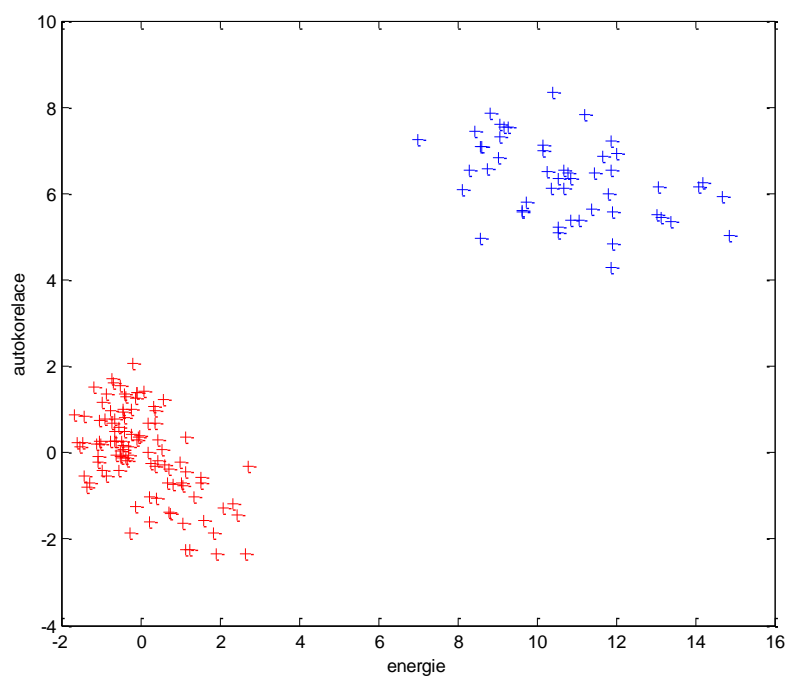
Obrázek 15: Hotellingův regulační diagram z HD2 ze vzorku A2.



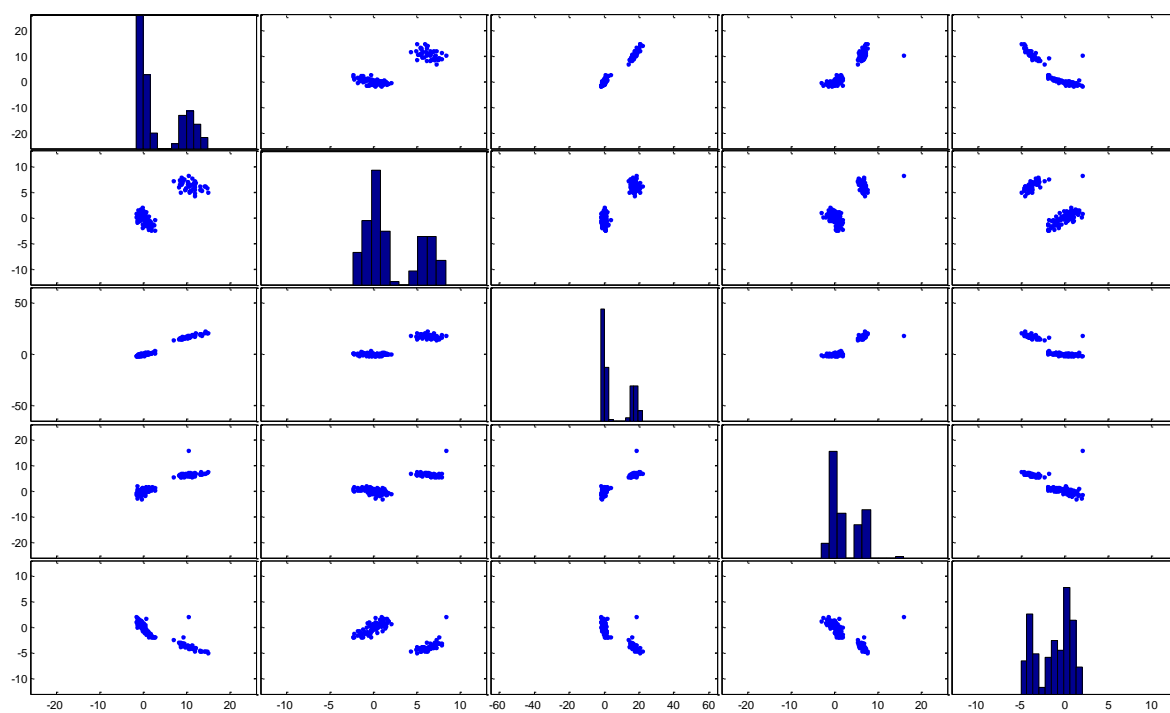
Obrázek 16: Označená okna, ve kterých Hotellingova statistika  $T_i^2$  přesahuje horní regulační mez.



Obrázek 17: Zobrazení všech hlavních komponentních skóreů.



Obrázek 18: Graf závislosti dat ze vzorku A1 s daty ze vzorku A2.



Obrázek 19: Porovnání závislostí pro jednotlivé texturní charakteristiky ze vzorku A1 a A2.

---

## 10.2. TEST 2

Tabulka 2: Parametry nastavení testu 2.

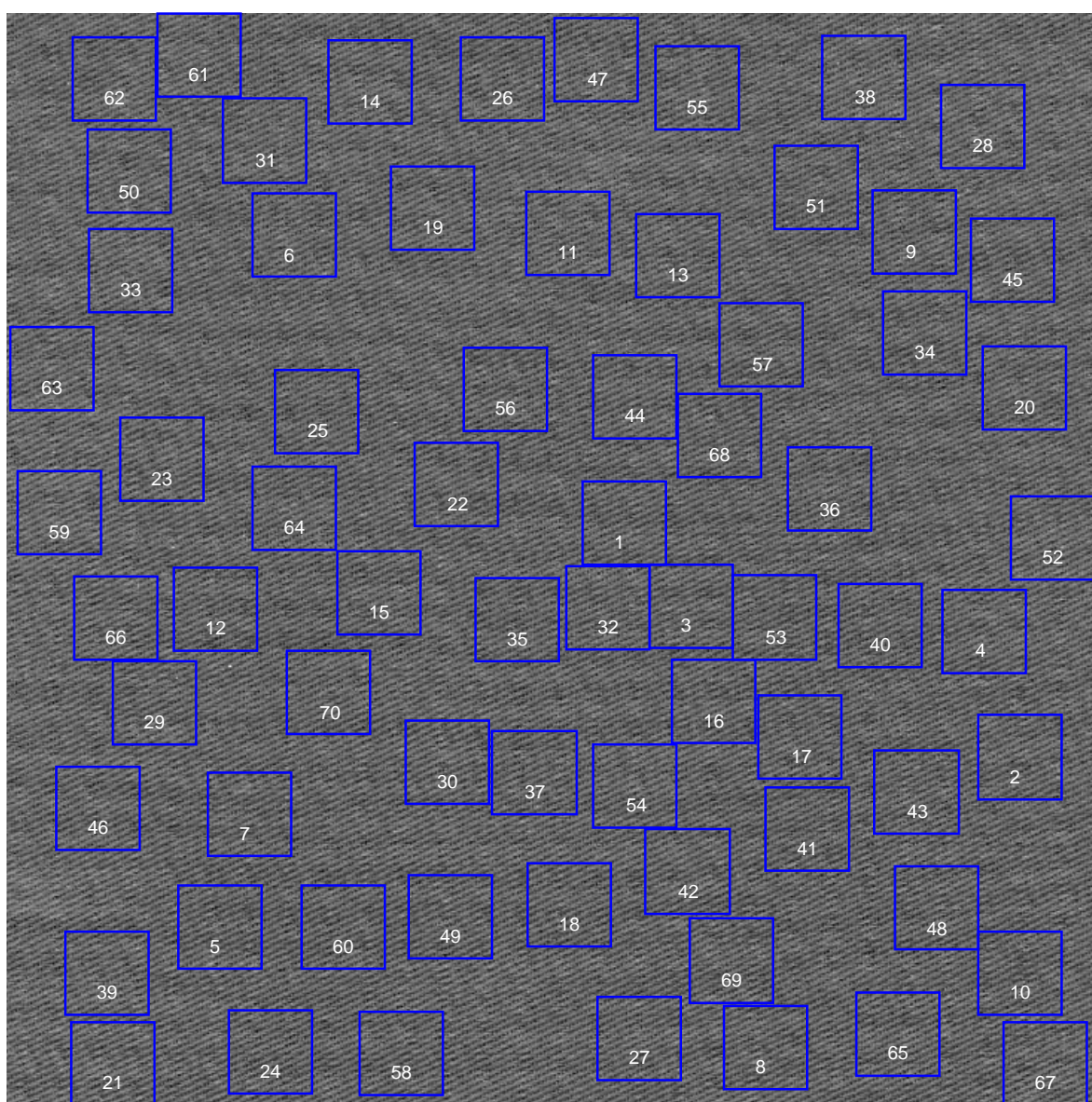
<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek A2
<b>Velikost okna:</b>	100 x 100 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	70
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek A2
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	40
<b>Texturní přístup:</b>	Statistický

### Zhodnocení výstupů z testu 2

Na základě testu 1 došlo k úsudku, že obraz tkaniny bez vady je trochu jiný, než obraz tkaniny s vadou. Rozhodlo se, že data pro stanovení horní regulační meze v Hotellingově regulačním diagramu budou získány ze stejné tkaniny ale pouze z části, ve které se nevyskytuje vada. Testovací data jsou získána ze vzorku A2. Pro tento test byl zobrazen i Hotellingův regulační diagram komponentních skórů, viz obrázek 25. Označení oken s vadou, ve kterých Hotellingova statistika  $T_i^2$  obdržena z hlavních komponentních skórů přesahuje horní regulační mez, je vidět na obrázku 26. Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór detekoval jedno pozorování mimo regulační meze, jak lze vidět na obrázku 27 a). První hlavní komponenta, která vyčerpává 67.67 % z celkového rozptylu dat, odhalila okno s vadou, jak je možné vidět na obrázku 27 b). Na obrázku 28 a) je zobrazena druhá hlavní komponenta, která vysvětluje mnohem nižší podíl, tj. 18,03 % rozptylu z celkových proměnných a odhalené okno je vidět na obrázku 28 b). Pro úplnost jsou v tabulce 3 uvedeny procentní podíly rozptylu hlavních komponent. Na obrázku 29 je zobrazeno pět hlavních komponent s detekcí pozorování, které jsou mimo regulační meze.

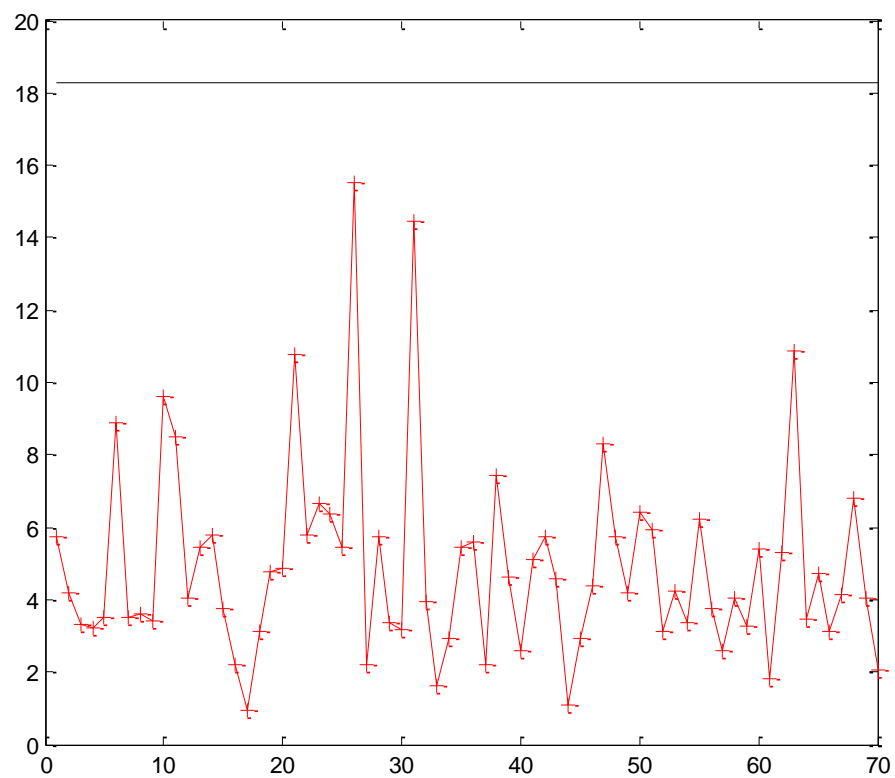
Tabulka 3: Procentní podíly rozptylu hlavních komponent.

1.	67.67 %
2.	18.03 %
3.	12.13 %
4.	1.66 %
5.	0.51 %

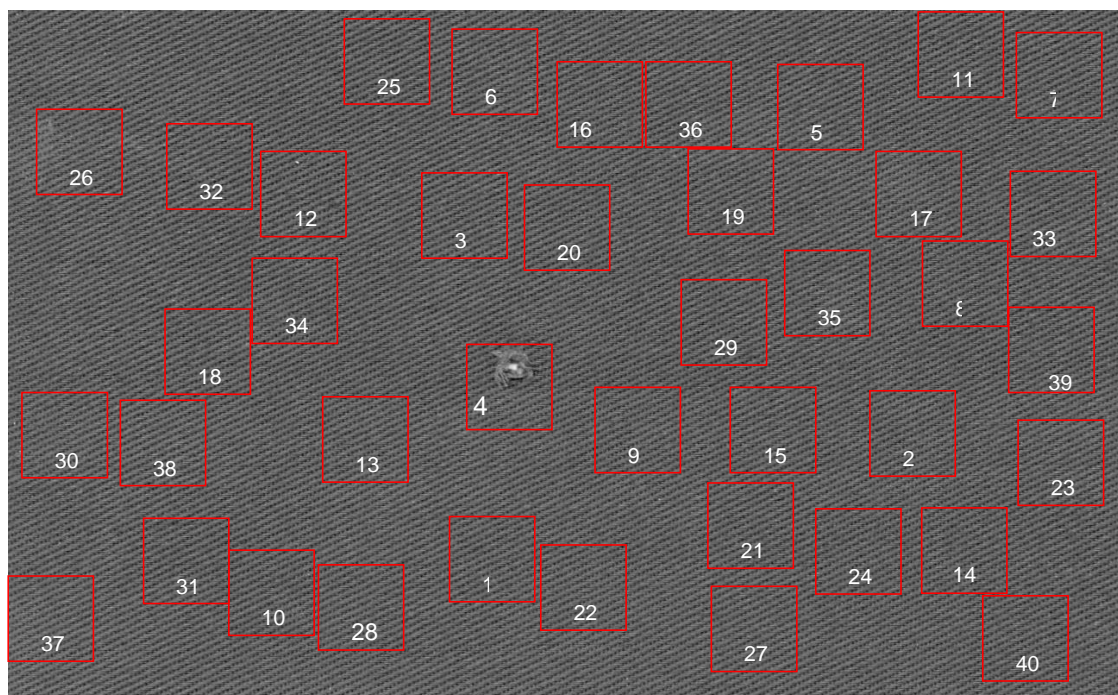


Obrázek 20: Zobrazení náhodného výběru oken z části vzorku A2.

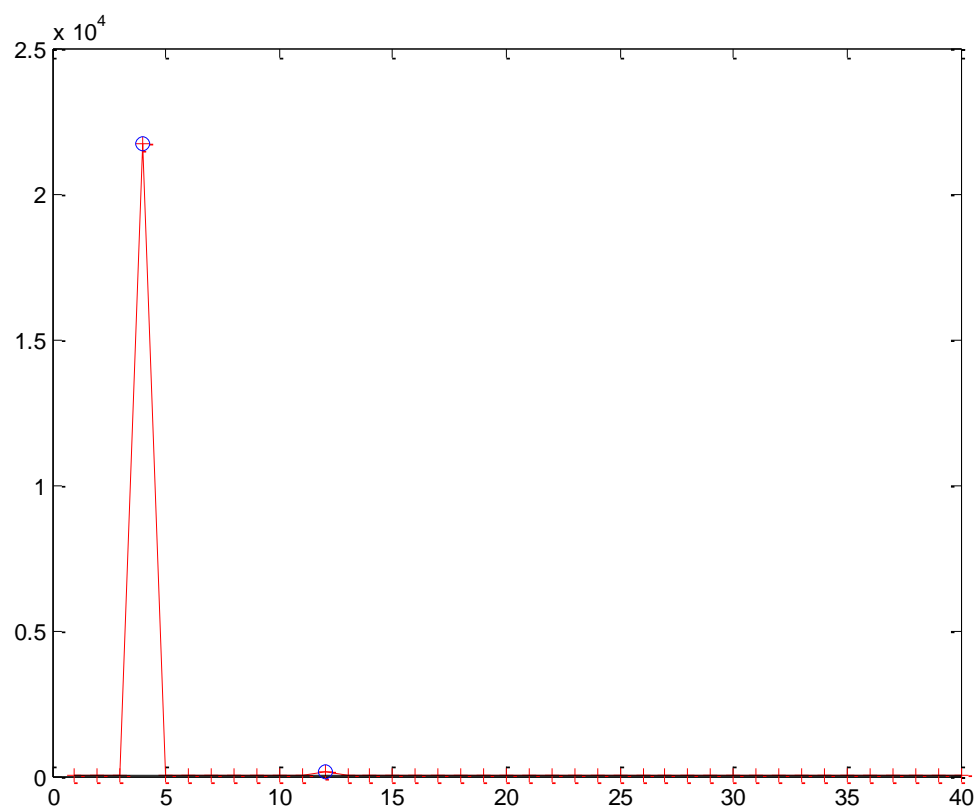




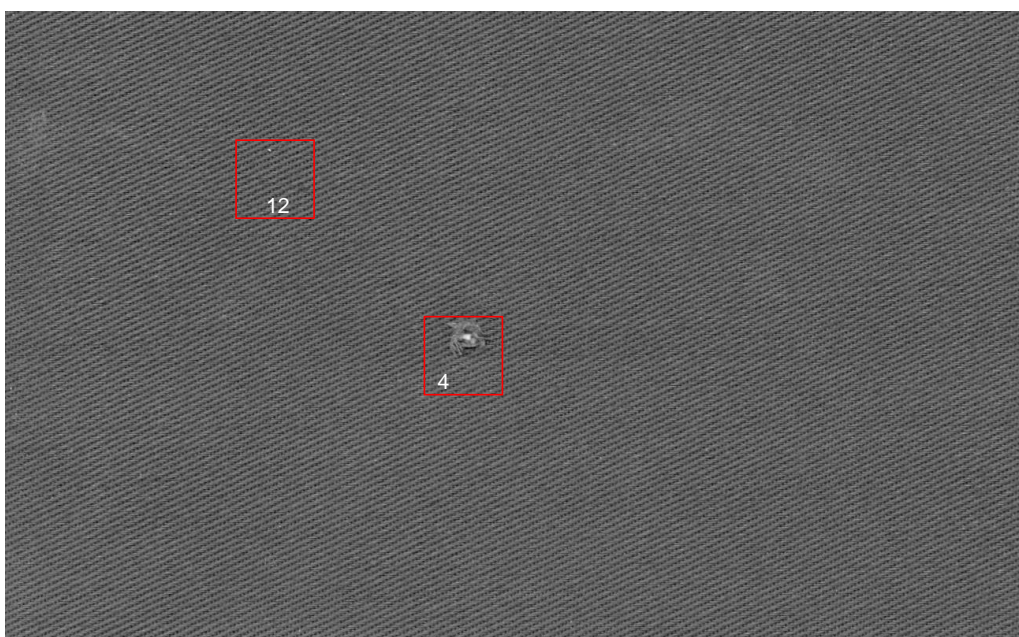
Obrázek 21: Hotellingův regulační diagram HD1 z testovacích dat vzorku A2.



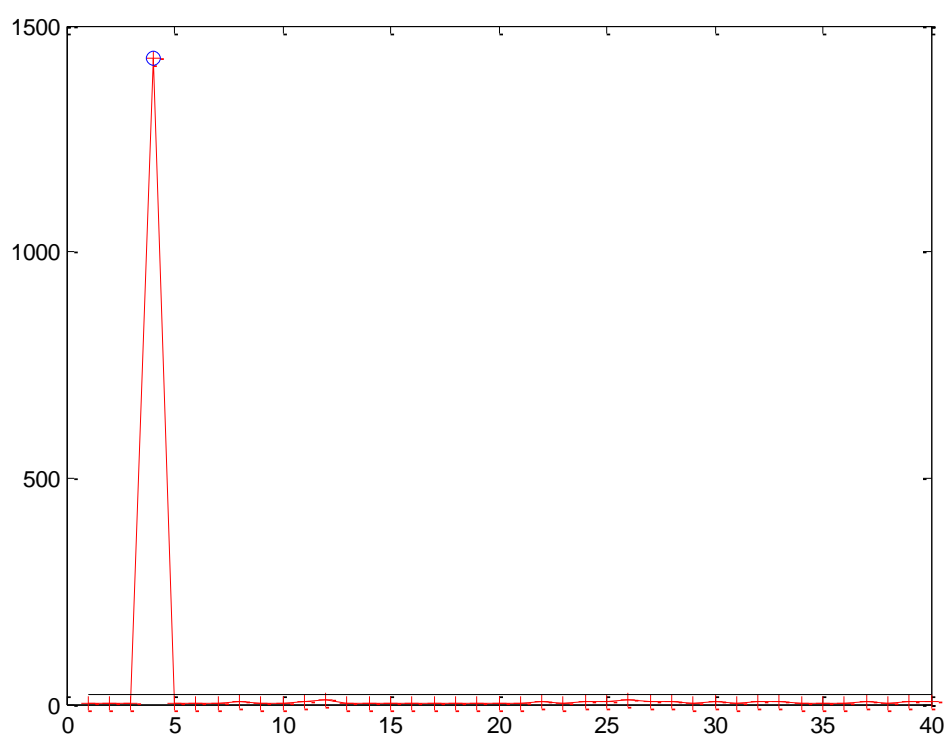
Obrázek 22: Náhodný výběr oken ze vzorku A2.



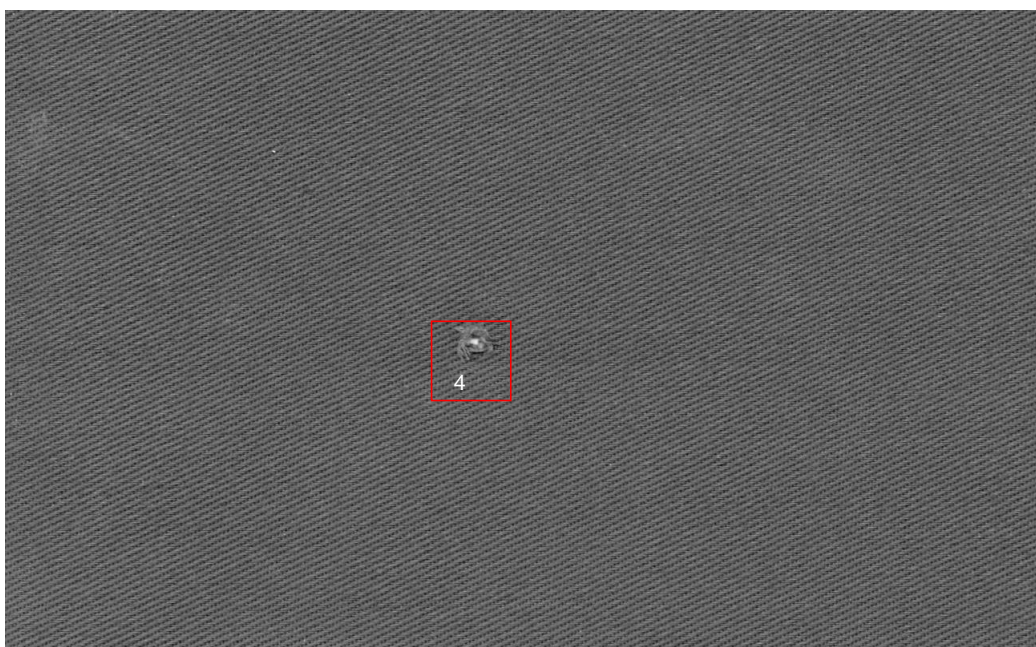
Obrázek 23: Hotellingův regulační diagram HD2 ze vzorku A2.



Obrázek 24: Označená okna, ve kterých Hotellingova statistika  $T_i^2$  přesahuje horní regulační mez.

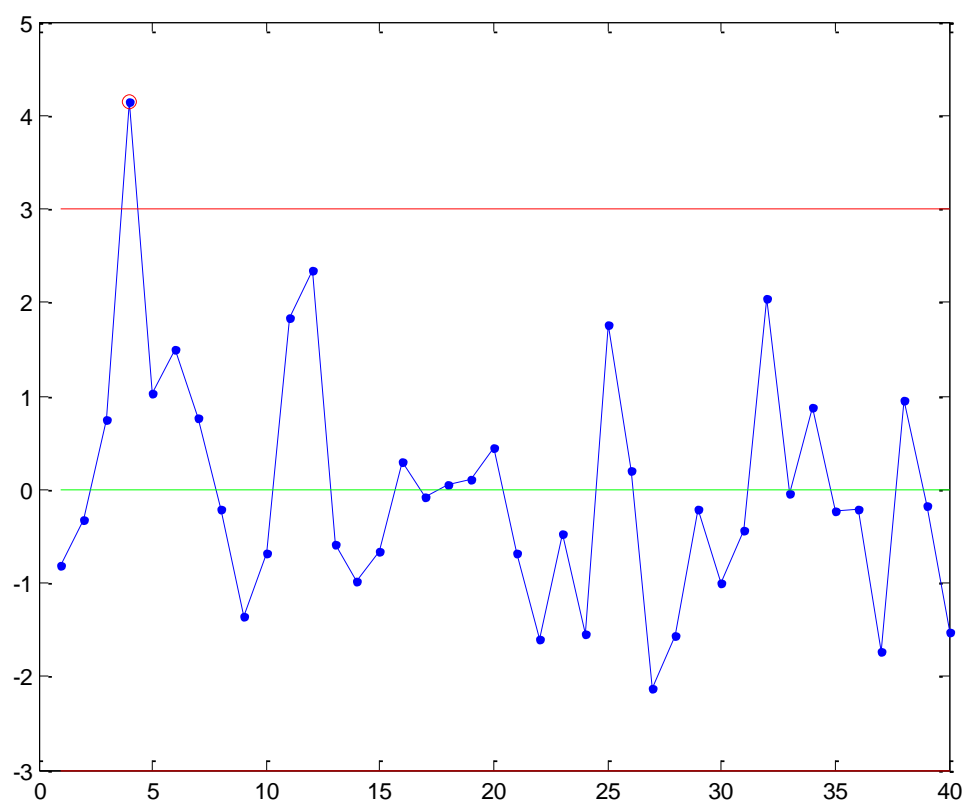


Obrázek 25: Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry.

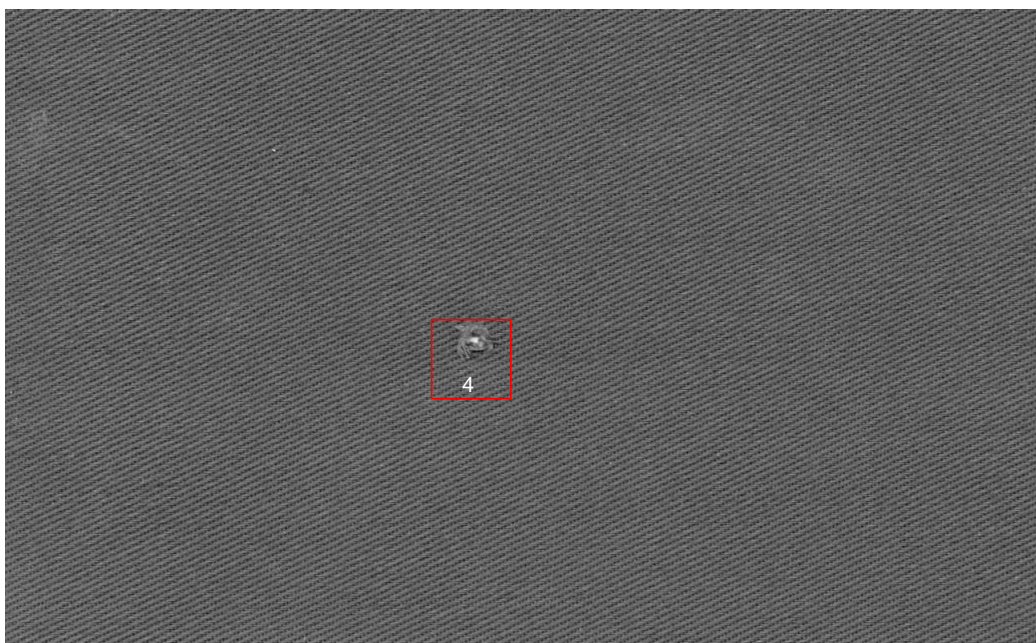


Obrázek 26: Zobrazení oken, ve kterých Hotellingova statistika  $T_i^2$  obdržená z hlavních componentních skóru přesahuje horní regulační mez.



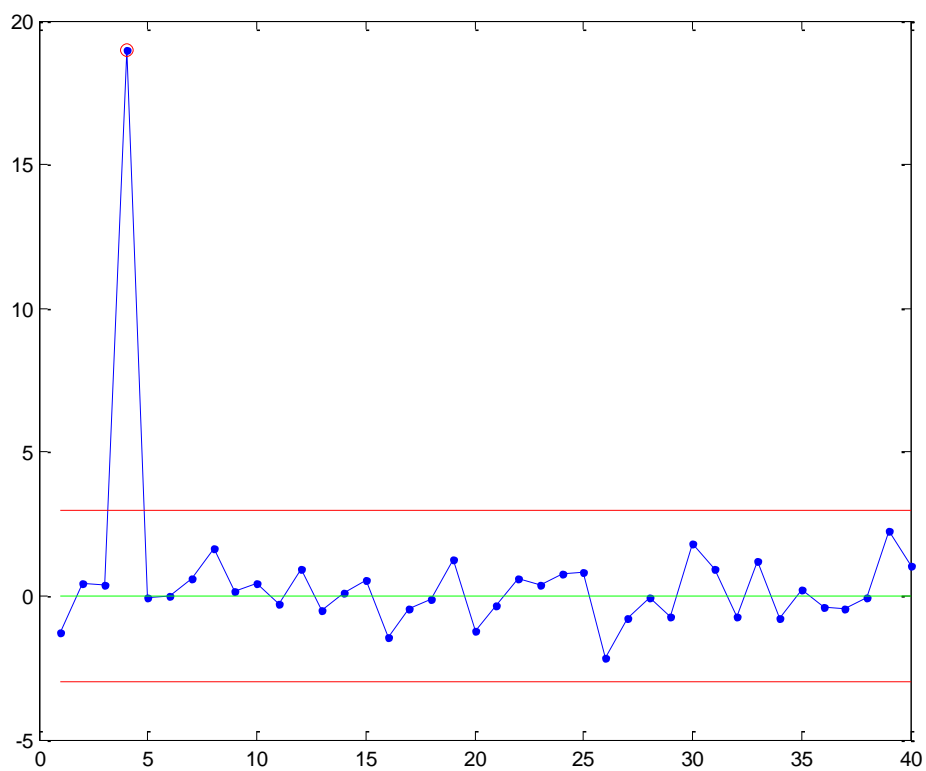


a)

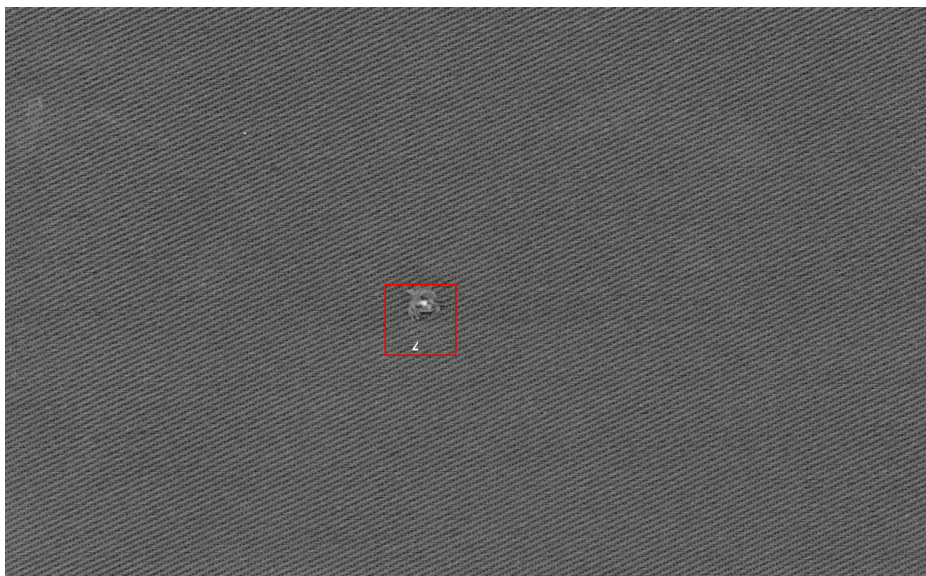


b)

Obrázek 27: a) Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór, b) odhalené okno.

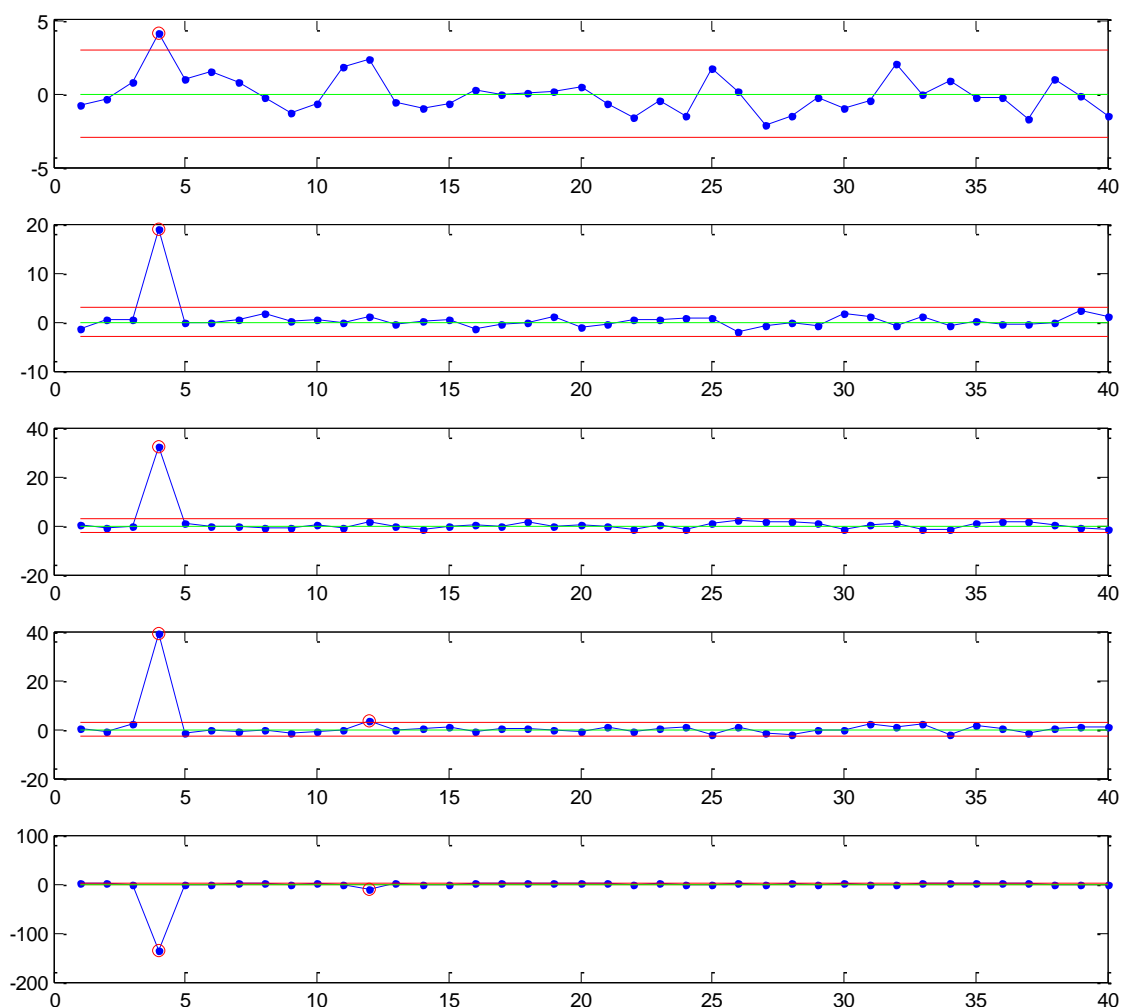


a)



b)

Obrázek 28: a) Regulační diagram pro druhý hlavní komponentní skór, b) odhalené okno.



Obrázek 29: Zobrazení všech hlavních komponentních skóreů.

V tabulce 4 jsou uvedena získaná data z metody hlavních komponent pro HDS – vlastní čísla a vlastní vektory.

Tabulka 4: Výsledky (z PCA) pro HDS z testu 2.

Hlavní komponenta	1	2	3	4	5
Vlastní číslo $\lambda_i$	3.3837	0.9015	0.6065	0.0829	0.0255
Vlastní vektor $\mathbf{V}_i$	-0.4989	-0.3863	0.0020	-0.3688	-0.6825
	0.3881	-0.4250	0.7225	-0.3527	0.1495
	-0.4749	-0.3748	0.3372	0.6976	0.1835
	-0.3022	0.7273	0.5930	-0.0604	-0.1564
	0.5325	0.0262	0.1125	0.4994	-0.6736

---

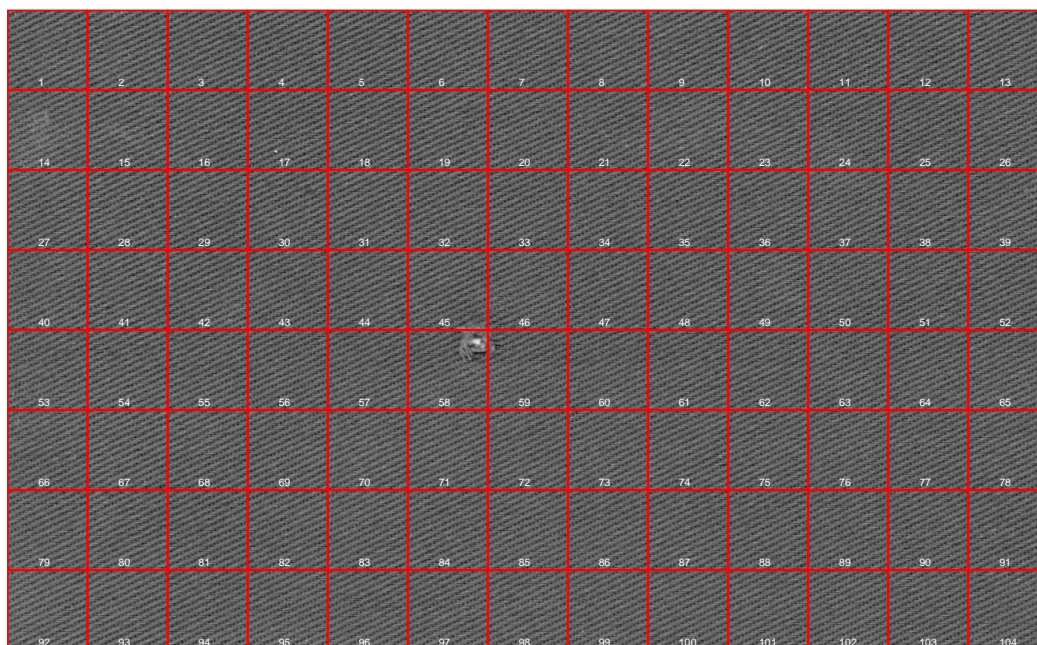
### 10.3. TEST 3

Tabulka 5: Parametry nastavení testu 3.

<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek A2
<b>Velikost okna:</b>	100 x 100 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	70
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek A2
<b>Metoda výběru oken:</b>	Systematic
<b>Počet oken ve výběru:</b>	---
<b>Texturní přístup:</b>	Statistický

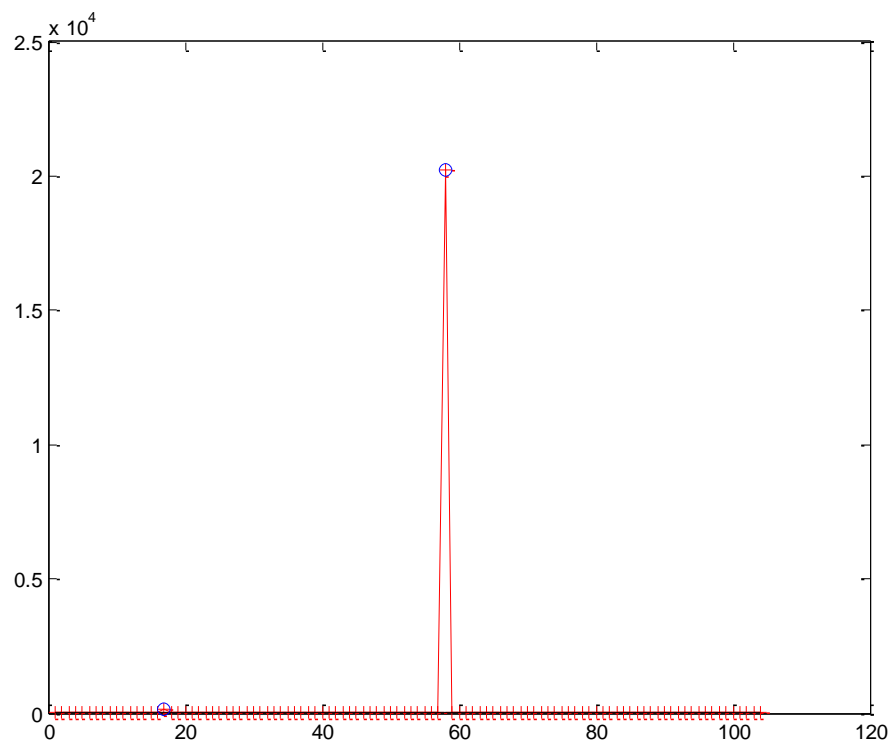
#### Zhodnocení výstupů z testu 3

Pro porovnání byl proveden test se stejnými parametry na stejných vzorcích. Výběr oken z trénovacího obrázku je totožný s výběrem v testu 2. Zobrazený výběr je na obrázku 20. Pouze se změnil způsob výběru oken (viz obrázek 30) pro testování. Hotellingův regulační diagram z trénovacích dat je vidět na obrázku 21. Procentní podíly rozptylu hlavních komponent jsou stejné jako u testu 2.

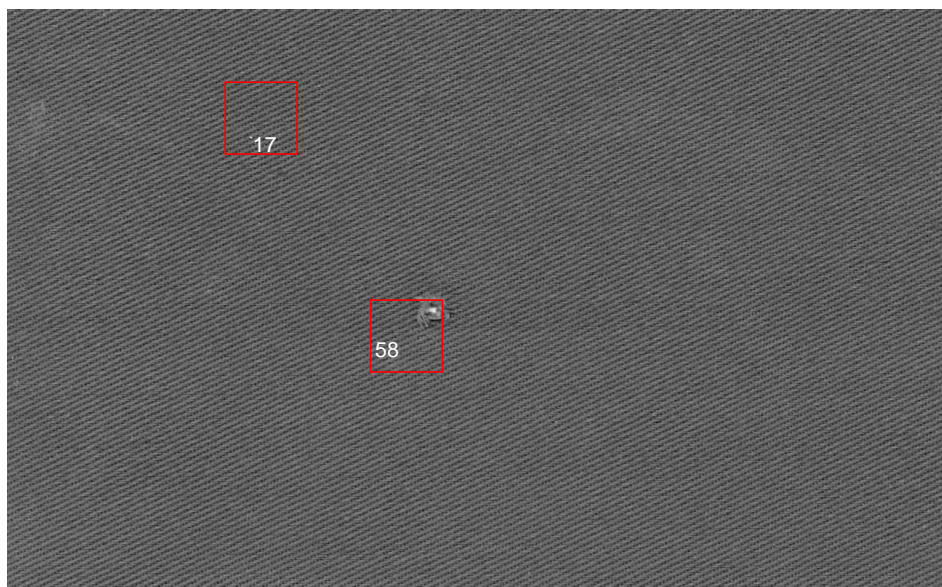


Obrázek 30: Systematický výběr oken ze vzorku A2.

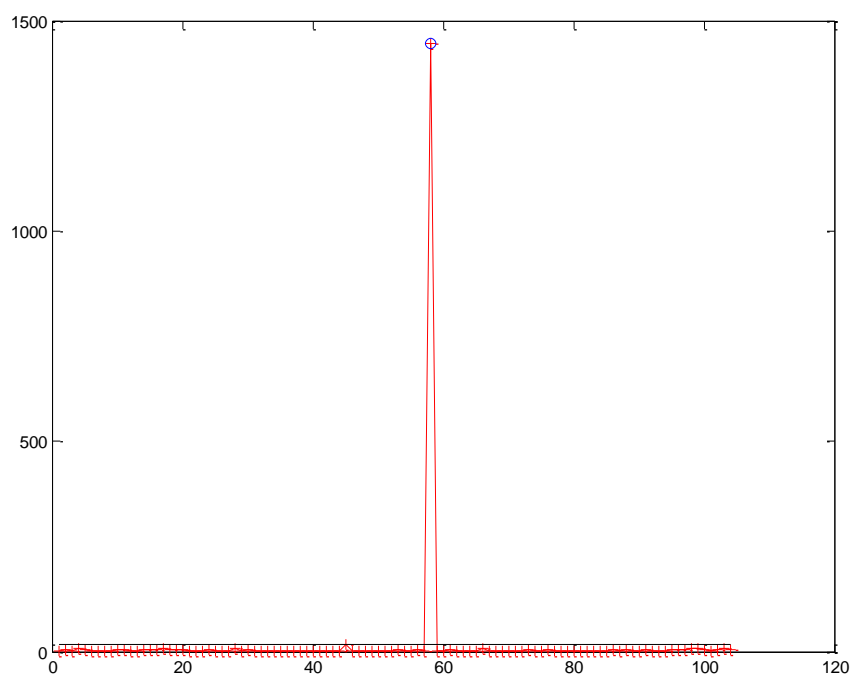




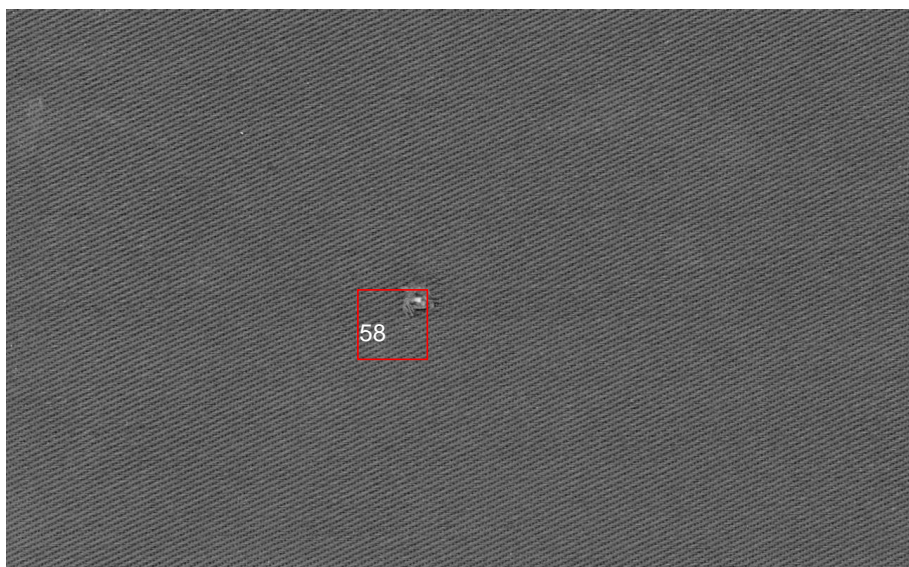
Obrázek 31: Hotellingův regulační diagram HD2 ze vzorku A2.



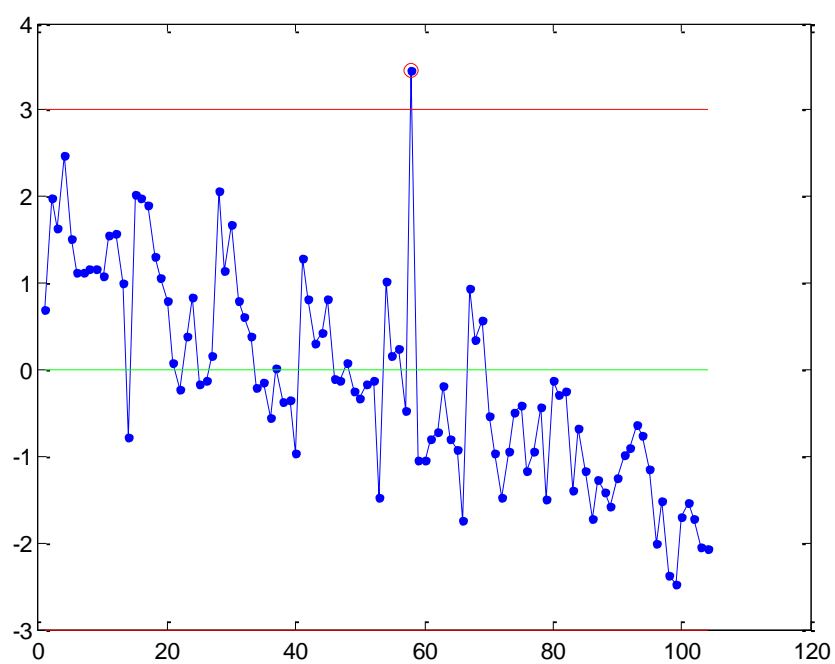
Obrázek 32: Označená okna, ve kterých Hotellingova statistika  $T_i^2$  přesahuje horní regulační mez.



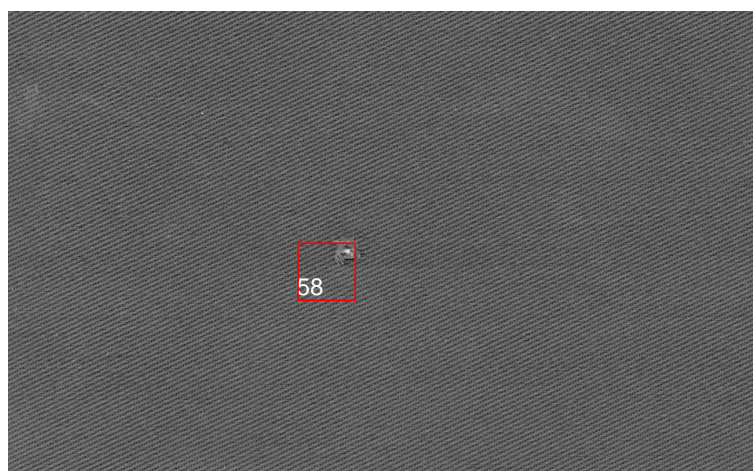
Obrázek 33: Hotellingův regulační diagram pro komponentní skóry.



Obrázek 34: Zobrazení okna s vadou pro Hotellingův regulační diagram pro komponentní skóry z obrázku 33.

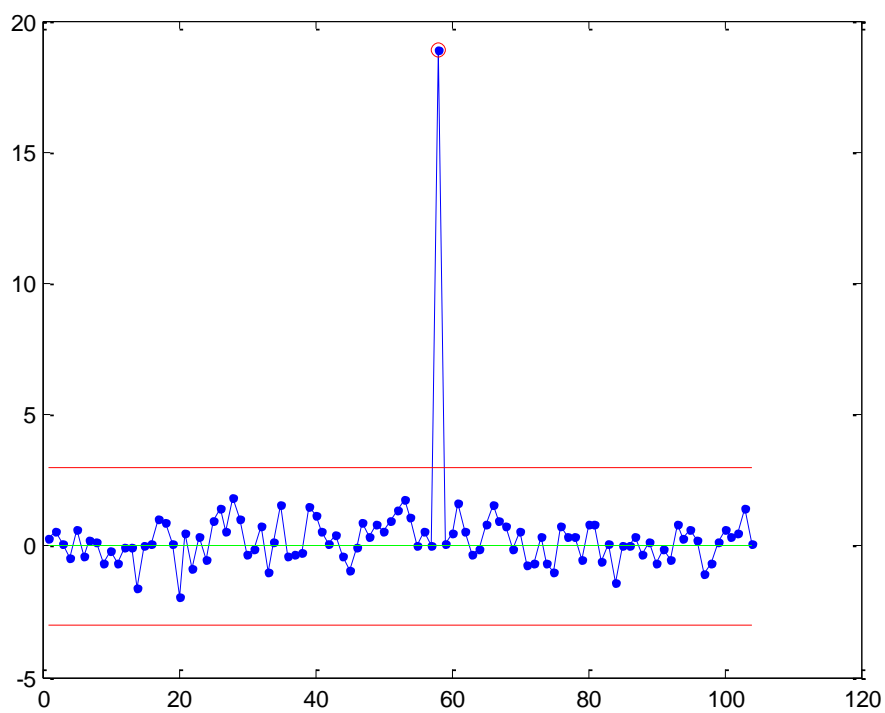


a)

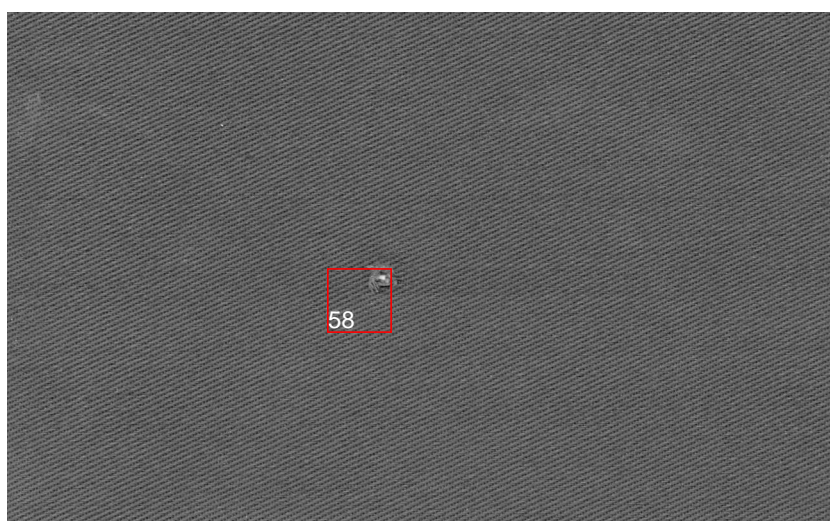


b)

Obrázek 35: a) Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór, b) odhalené okno.



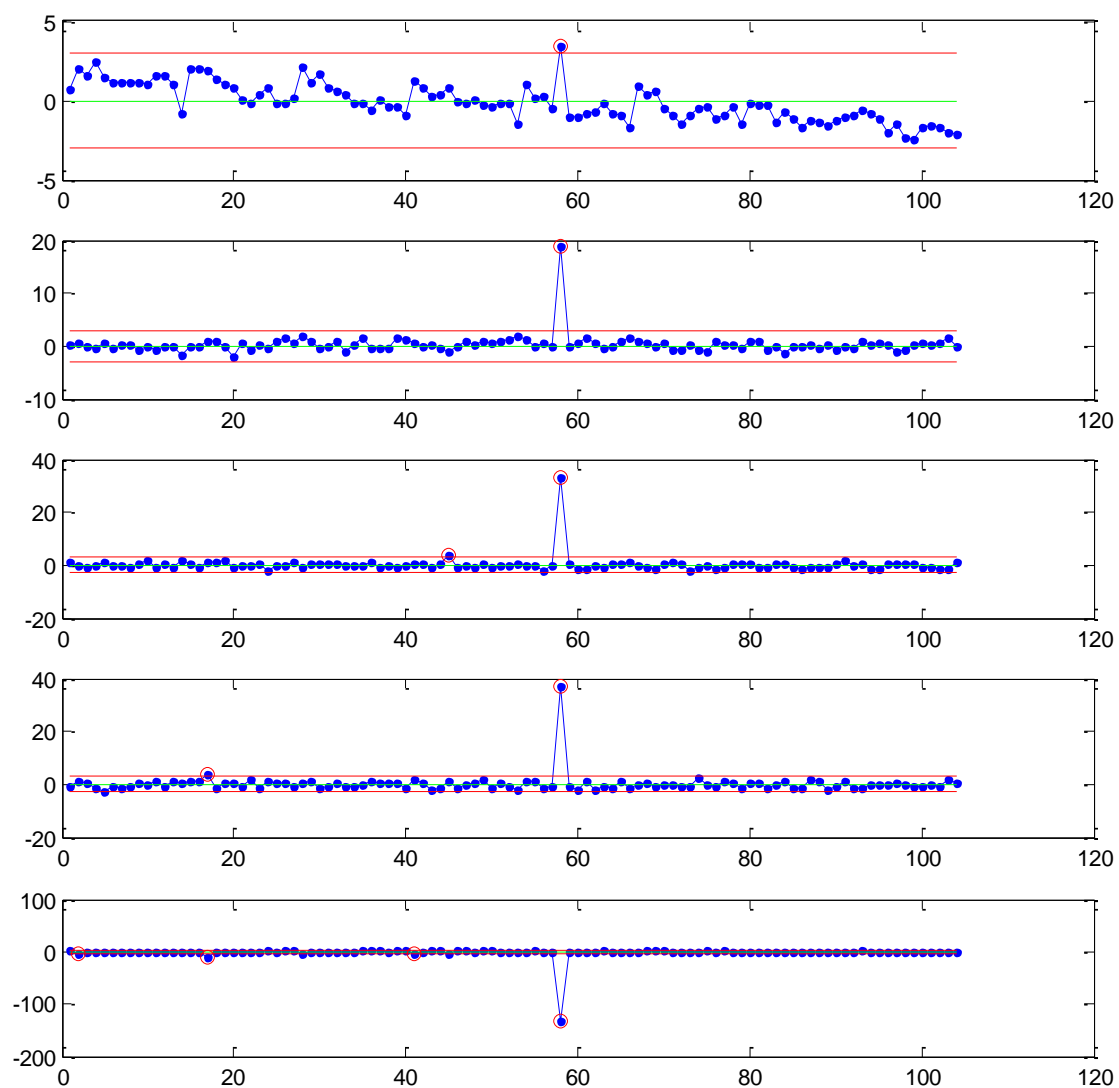
a)



b)

Obrázek 36: a) Regulační diagram pro druhý hlavní komponentní skór, b) odhalené okno.





Obrázek 37: Zobrazení všech hlavních komponentních skóre.

---

## 10.4. TEST 4

Tabulka 6: Parametry nastavení testu 4.

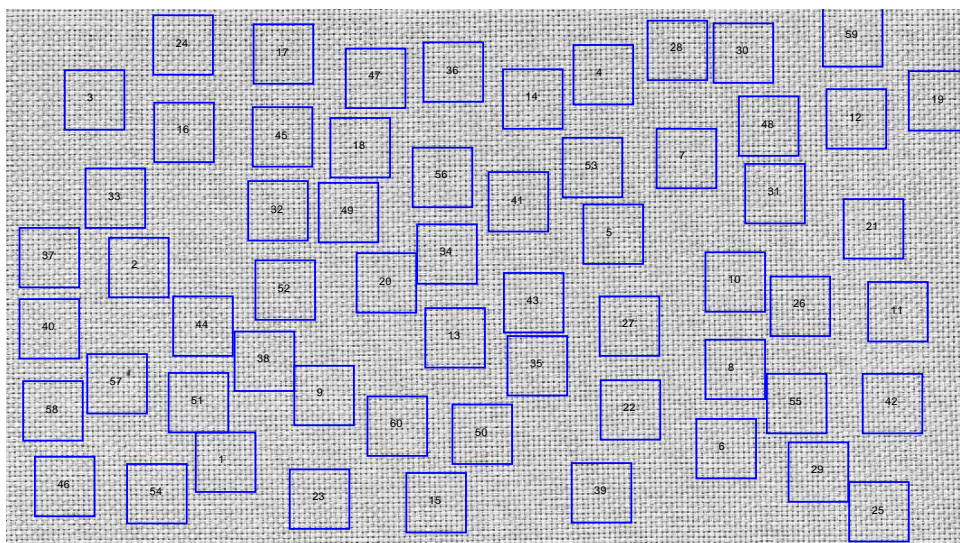
<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek B2
<b>Velikost okna:</b>	100 x 100 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	60
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek B2
<b>Metoda výběru oken:</b>	Systematic
<b>Počet oken ve výběru:</b>	---
<b>Texturní přístup:</b>	Statistický

### Výstup z testu 4:

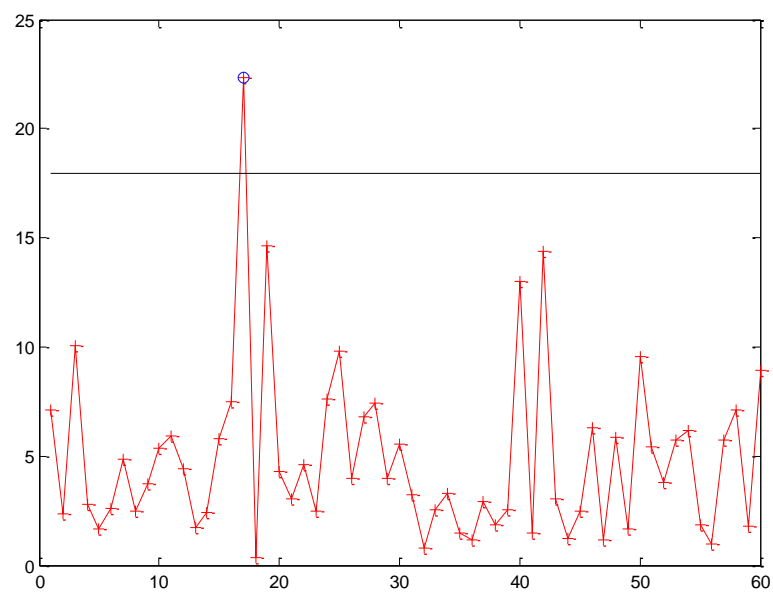
Pro čtvrté testování byl použit vzorek z testovací sady B (viz obrázek 9 b)). Jak již bylo uvedeno, při monitorování se rozhodlo, že data budou pocházet ze stejného vzorku.

Tabulka 7: Procentní podíly rozptylu hlavních komponent.

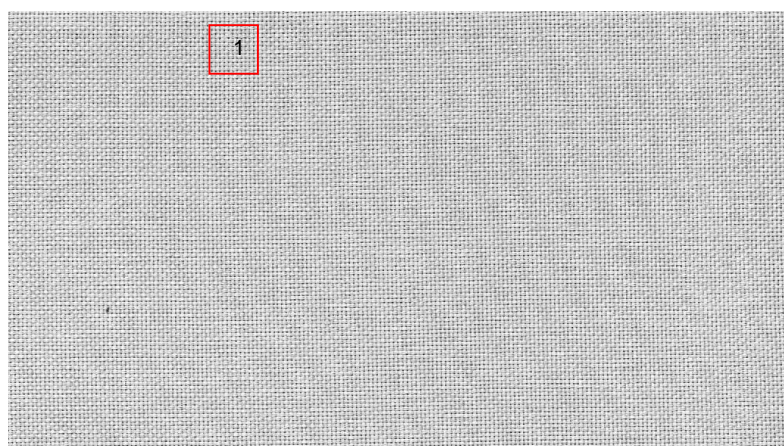
1.	58.92 %
2.	27.57 %
3.	11.20 %
4.	2.23 %
5.	0.07 %



Obrázek 38: Náhodný výběr oken z výřezu.



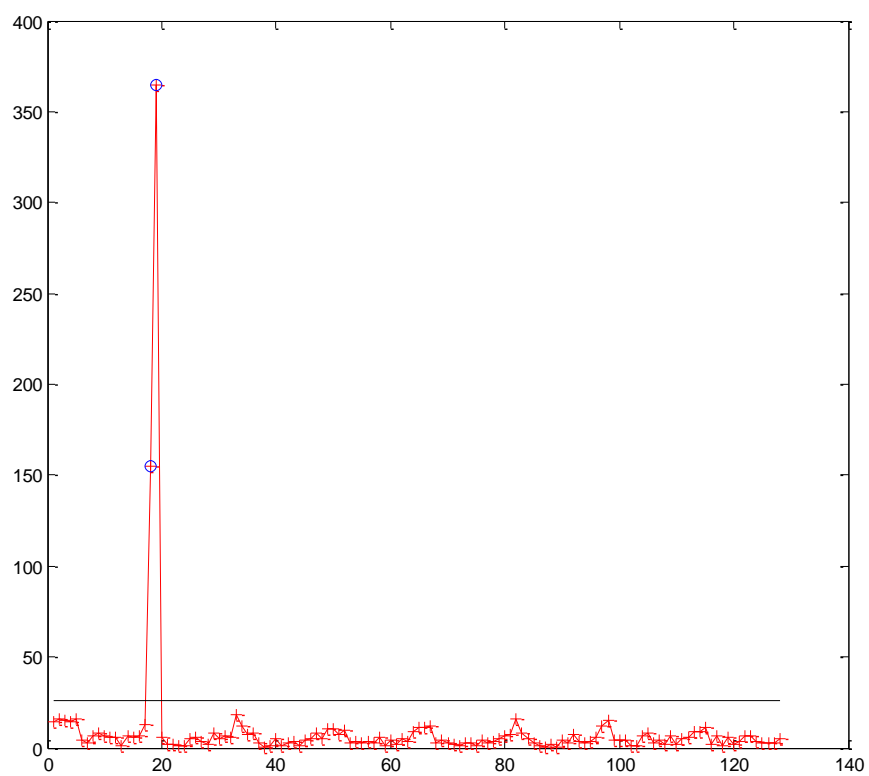
Obrázek 39: Hotellingův regulační diagram HD1 ze vzorku B2.



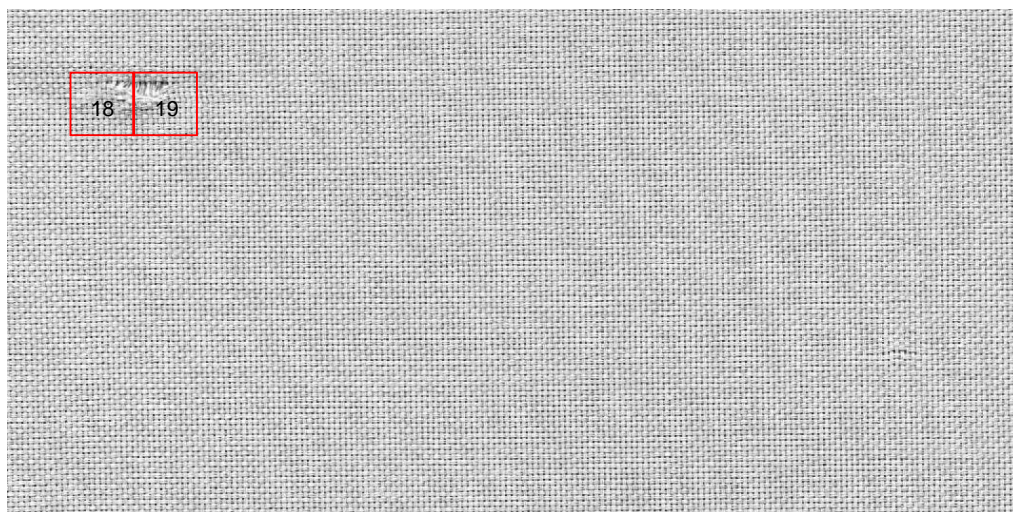
Obrázek 40: Označená okna, ve kterých Hotellingova statistika  $T_i^2$  přesahuje horní regulační mez.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128

Obrázek 41: Označená okna vybrána systematickým výběrem.

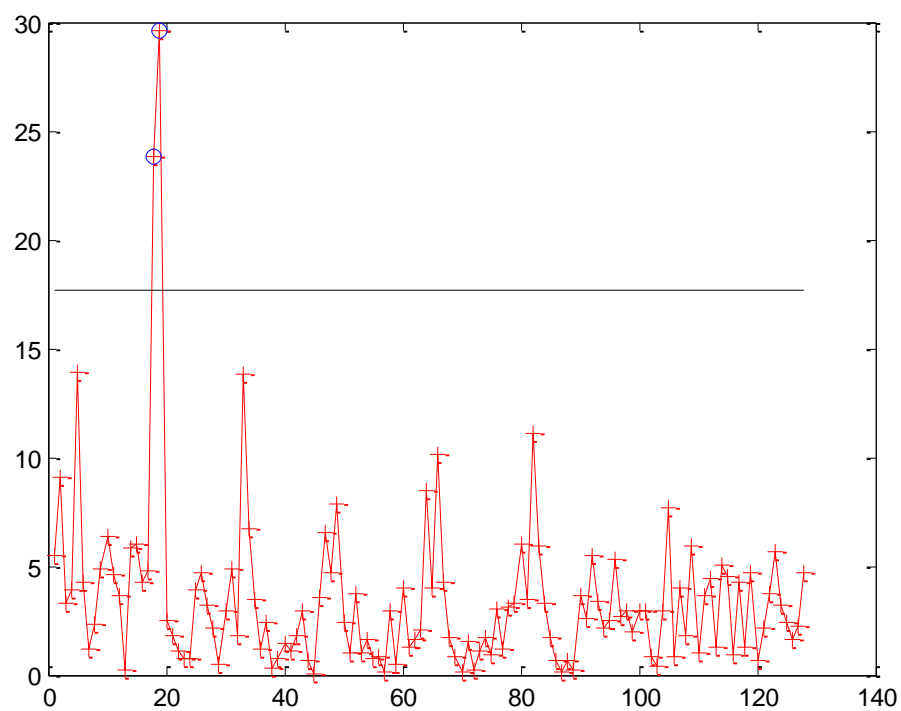


Obrázek 42: Hotellingův regulační diagram HD2 ze vzorku B2.

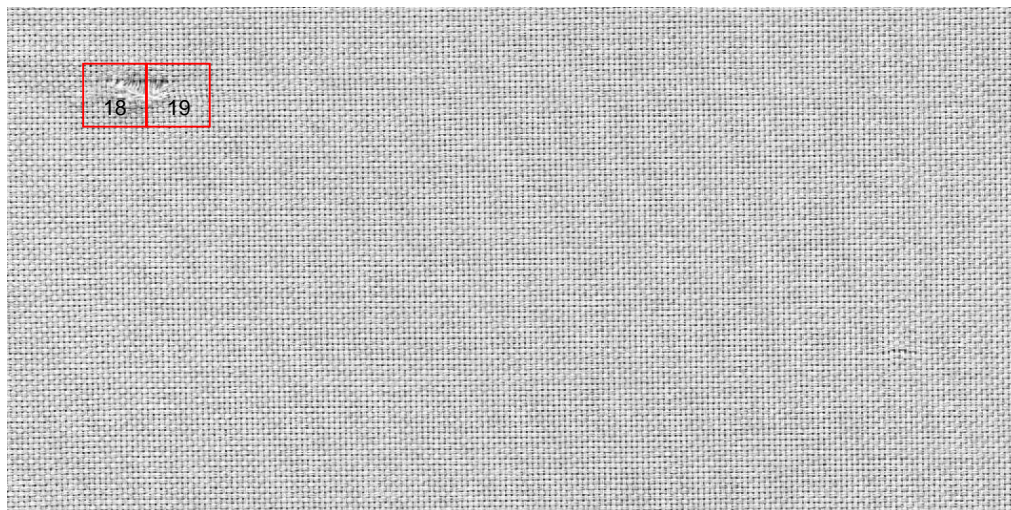


Obrázek 43: Označení oken, která přesahují horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu.

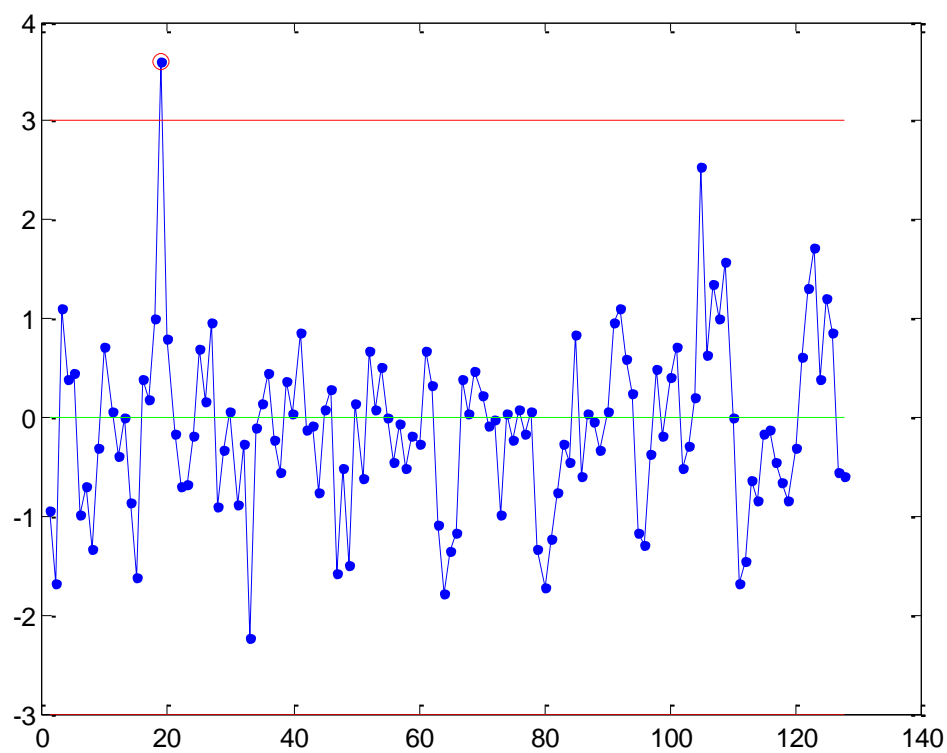




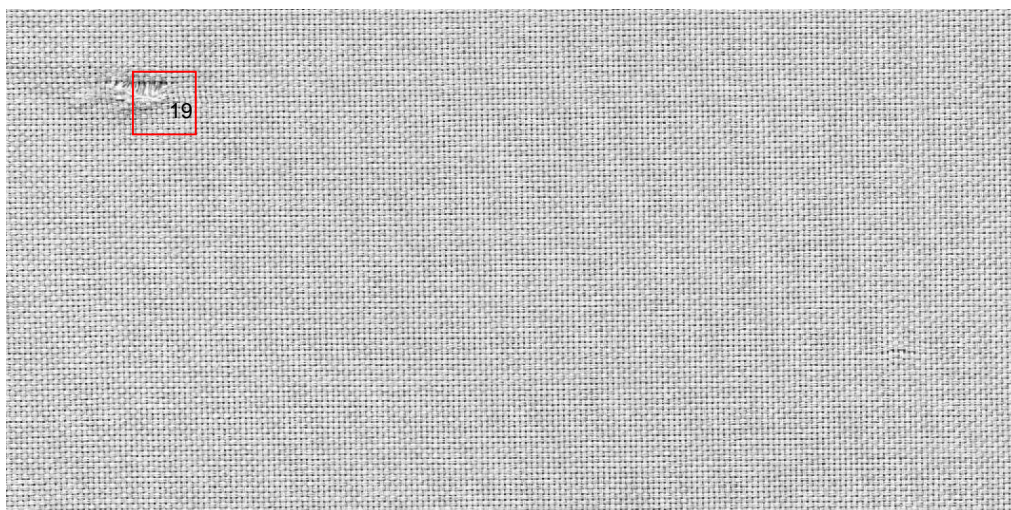
Obrázek 44: Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry.



Obrázek 45: Zobrazení okna s vadou pro Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry z obrázku 44.

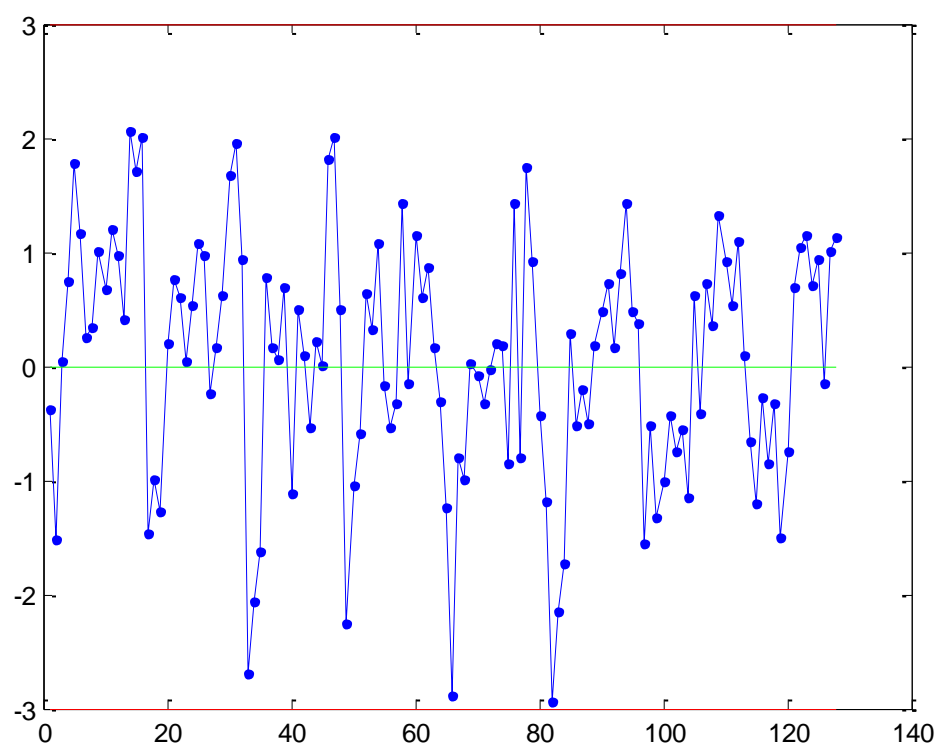


a)

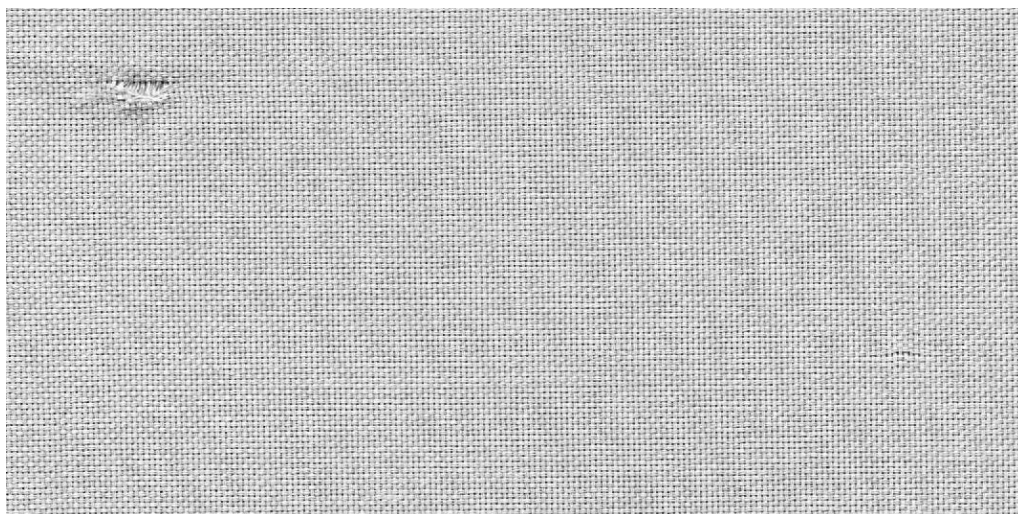


b)

Obrázek 46: a) Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór, b) odhalené okno.

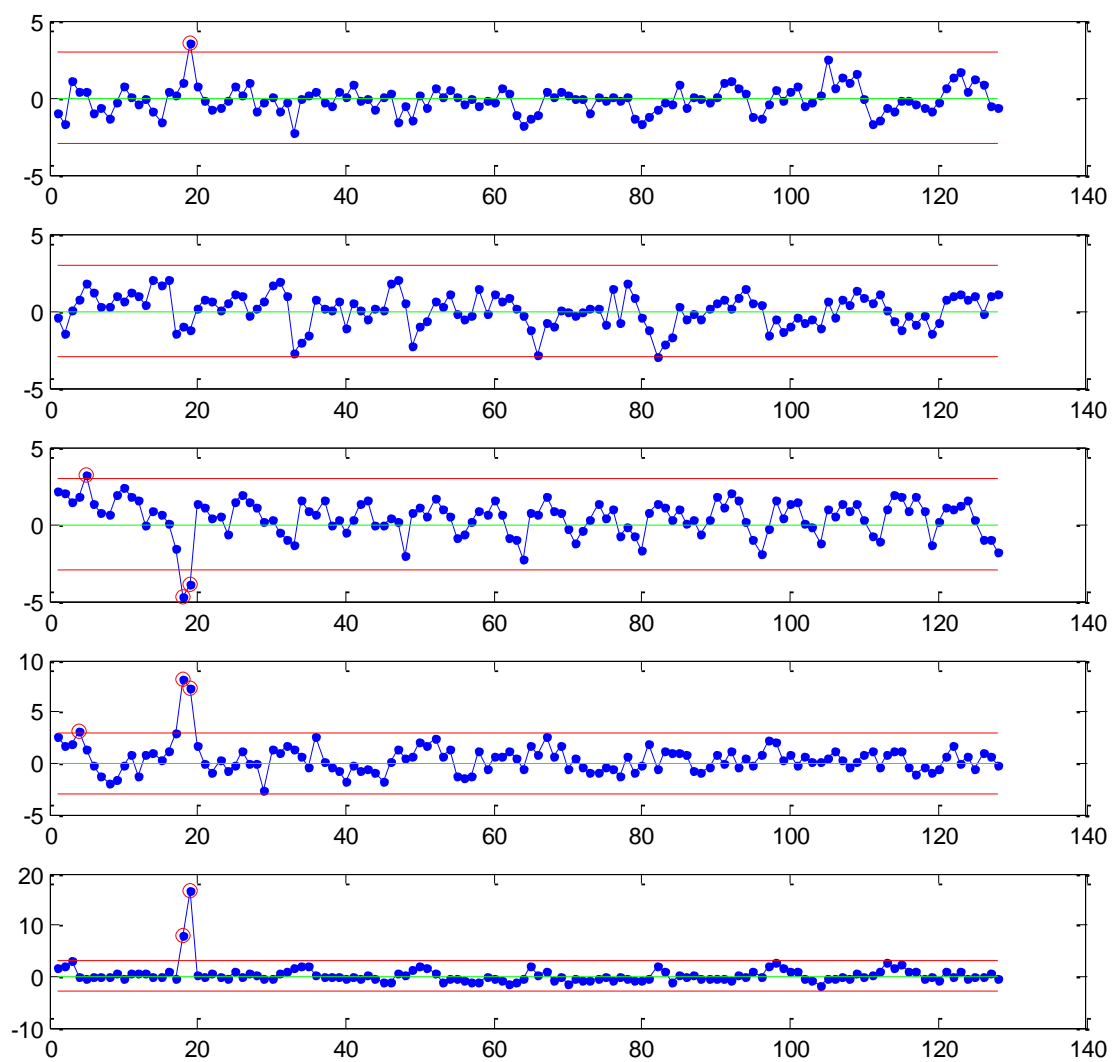


a)



b)

Obrázek 47: a) Regulační diagram pro druhý hlavní komponentní skór, b) neodhalené okno v místě vady.



Obrázek 48: Zobrazení všech hlavních komponentních skóřů.



---

## 10.5. TEST 5

Tabulka 7: Parametry nastavení testu 5.

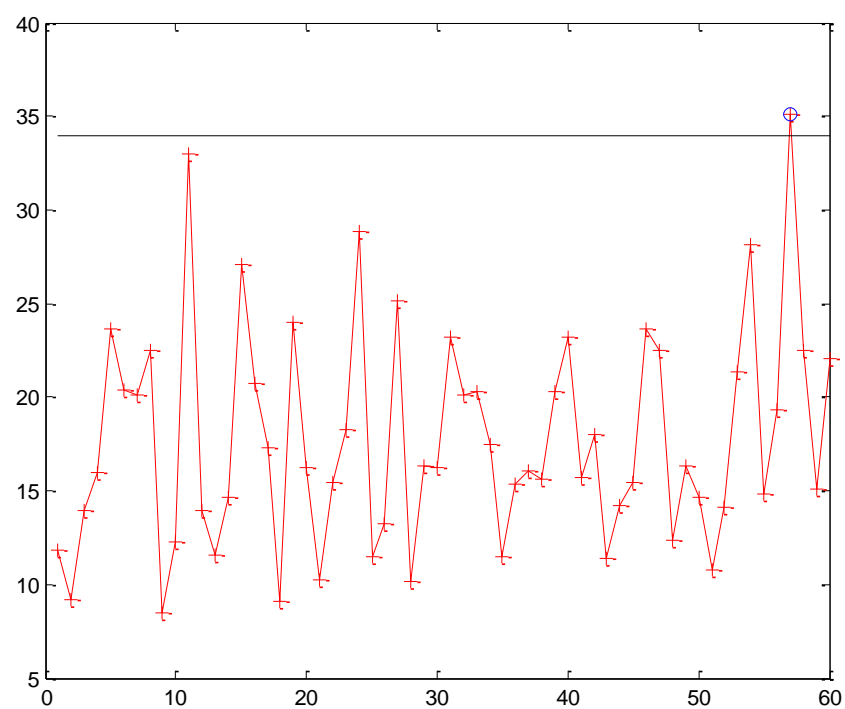
<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek B2
<b>Velikost okna:</b>	100 x 100 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	60
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek B2
<b>Metoda výběru oken:</b>	Systematic
<b>Počet oken ve výběru:</b>	---
<b>Texturní přístup:</b>	Spektrální

### Výstup z testu 5:

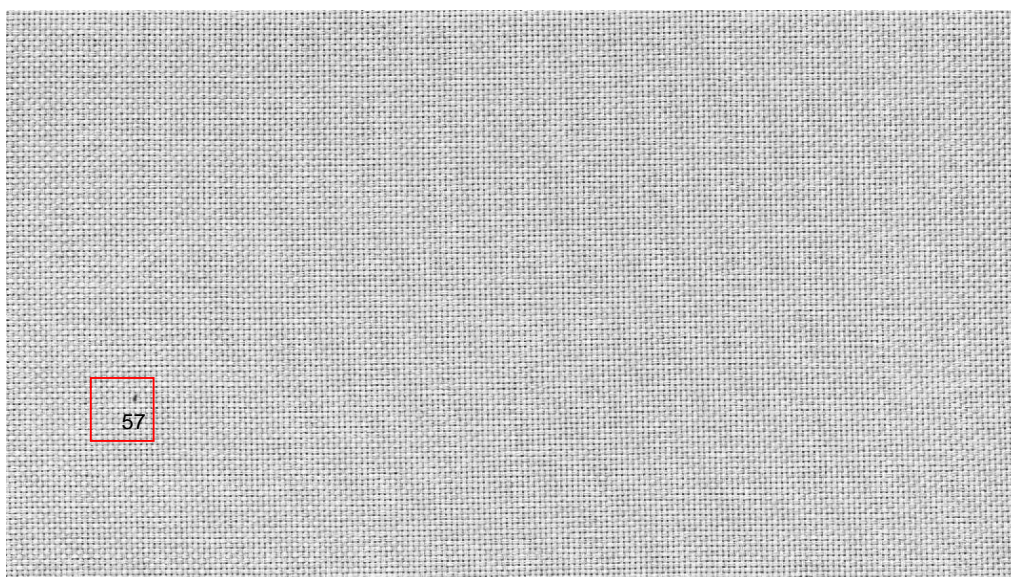
V testu 5 byly testovány stejné vzorky jako v testu 4, tj. vzorek B2. Změnil se pouze texturní přístup. Na obrázku 49 je zobrazen Hotellingův regulační diagram pro spektrální charakteristiky pro náhodně vybraná okna ze vzorku B2 (viz obrázek 9 b)) s úhlovým krokem 10°. V tabulce 8 uvedeny procentní podíly rozptylu hlavních komponent. Pro získání 80% variability by muselo být použito 9 hlavních komponent z celkových 18-ti. V tabulce jsou uvedeny hlavní komponenty, jež v součtu převyšují hodnotu 80 %. Tyto hlavní komponenty nemají tak významnou vypovídací schopnost.

Tabulka 8: Procentní podíly rozptylu hlavních komponent.

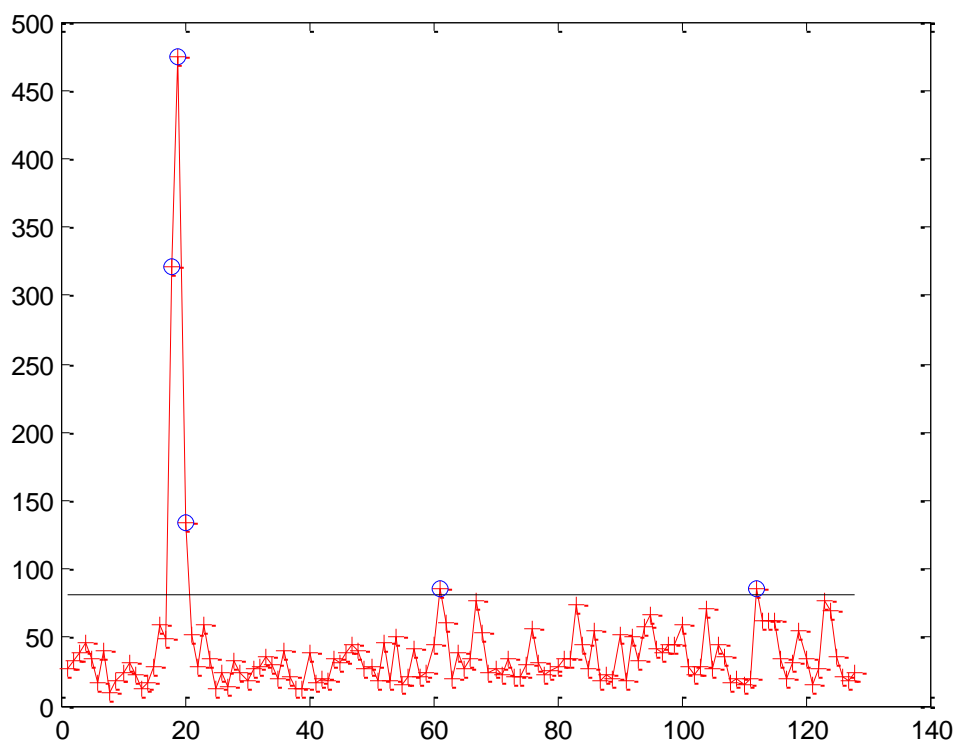
1.	26.54 %
2.	16.13 %
3.	9.38 %
4.	7.34 %
5.	6.05 %
6.	5.16 %
7.	4.66 %
8.	4.15 %
9.	3.79 %



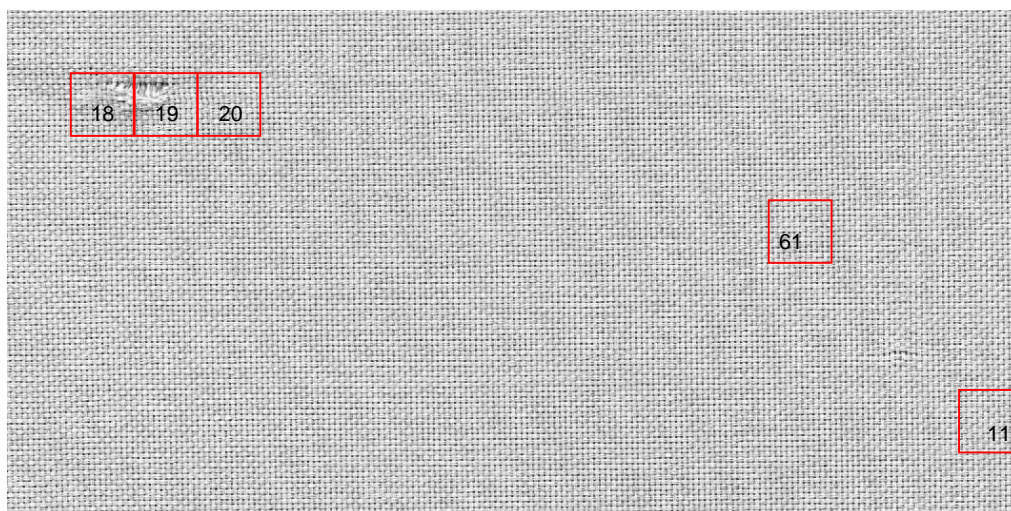
Obrázek 49: Hotellingův regulační diagram HD1 ze vzorku B2.



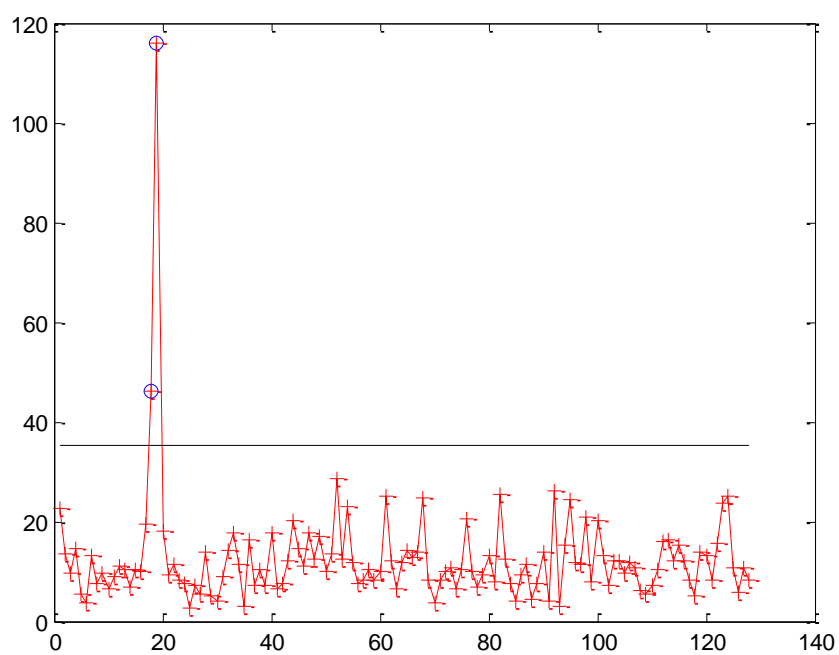
Obrázek 50: Označení oken, která přesahují horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu.



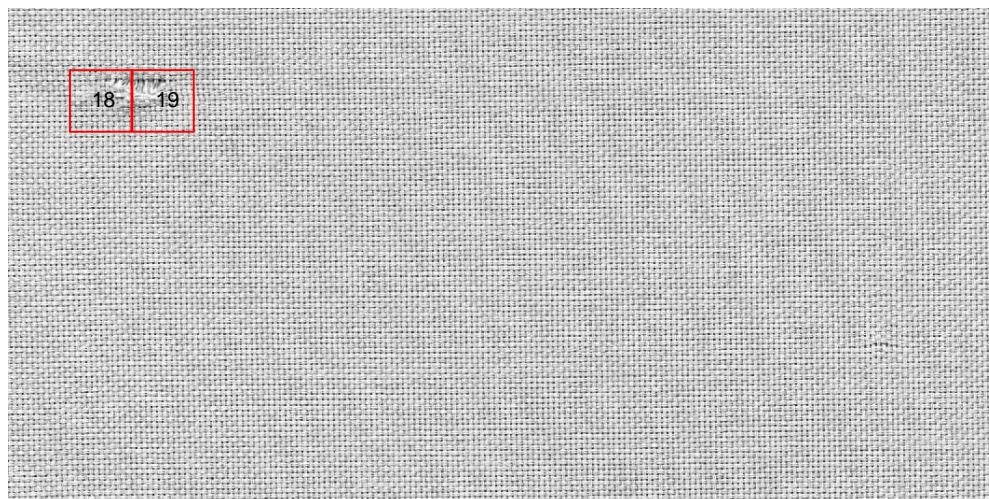
Obrázek 51: Hotellingův regulační diagram HD2 ze vzorku B2.



Obrázek 52: Označení oken, která přesahují horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu.

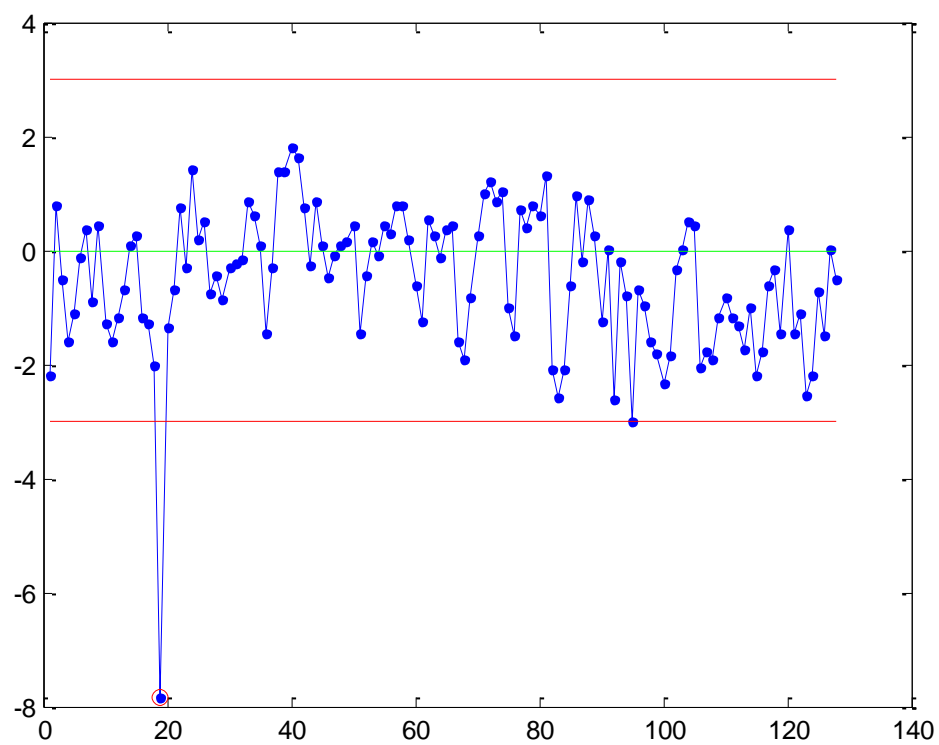


Obrázek 53: Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry.

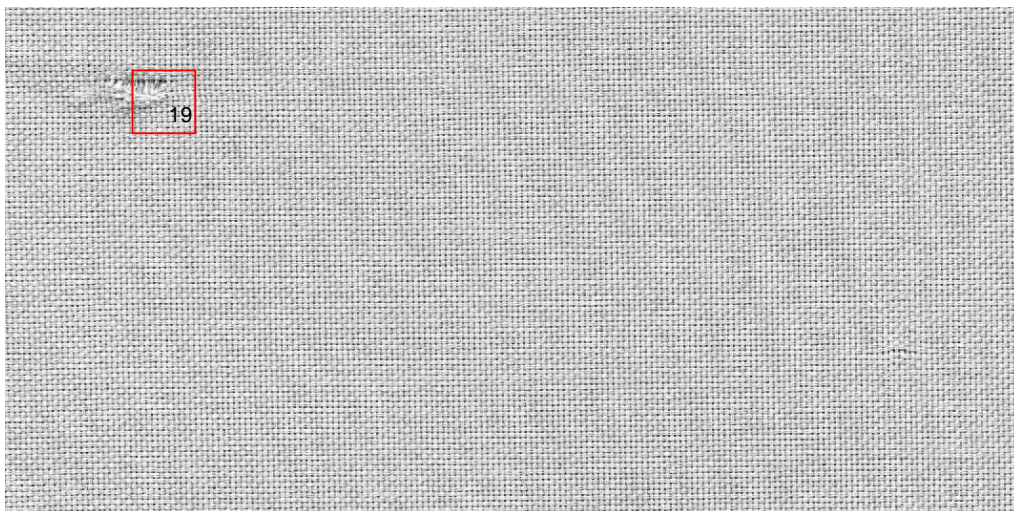


Obrázek 54: Zobrazení okna s vadou pro Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry  
z obrázku 53.



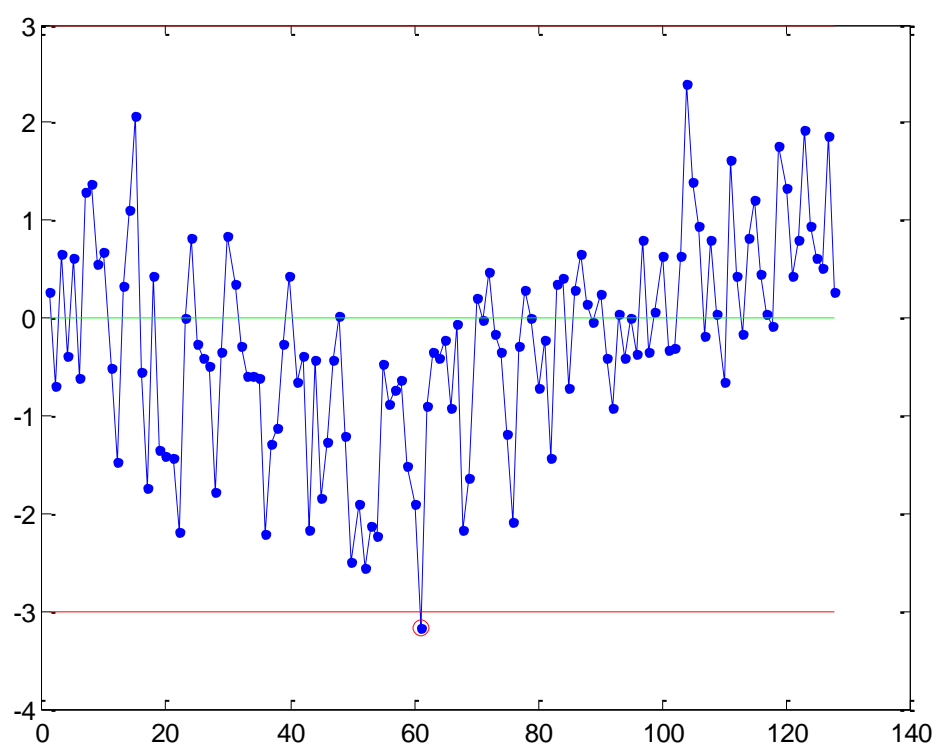


a)

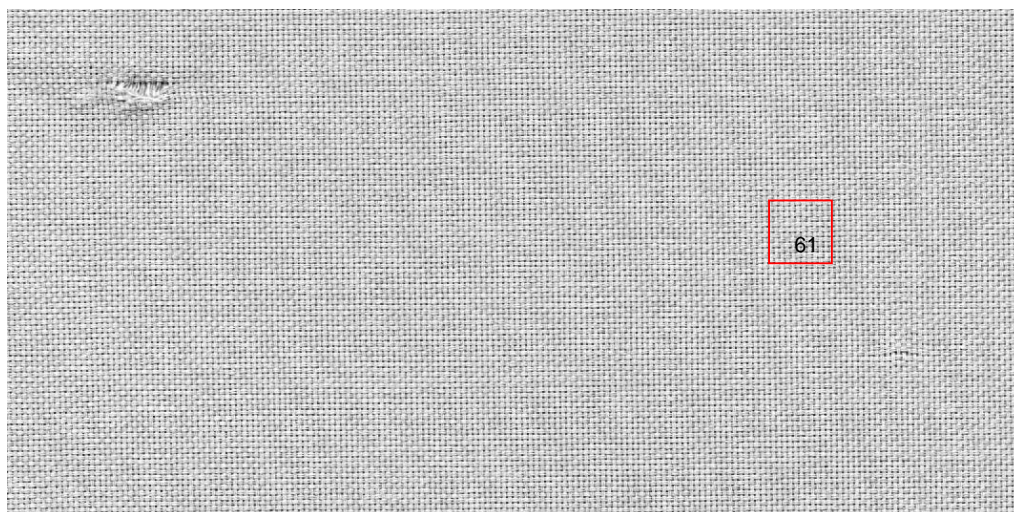


b)

Obrázek 55: a) Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór, b) odhalené okno.



a)



b)

Obrázek 56: a) Regulační diagram pro druhý hlavní komponentní skór, b) odhalené okno

---

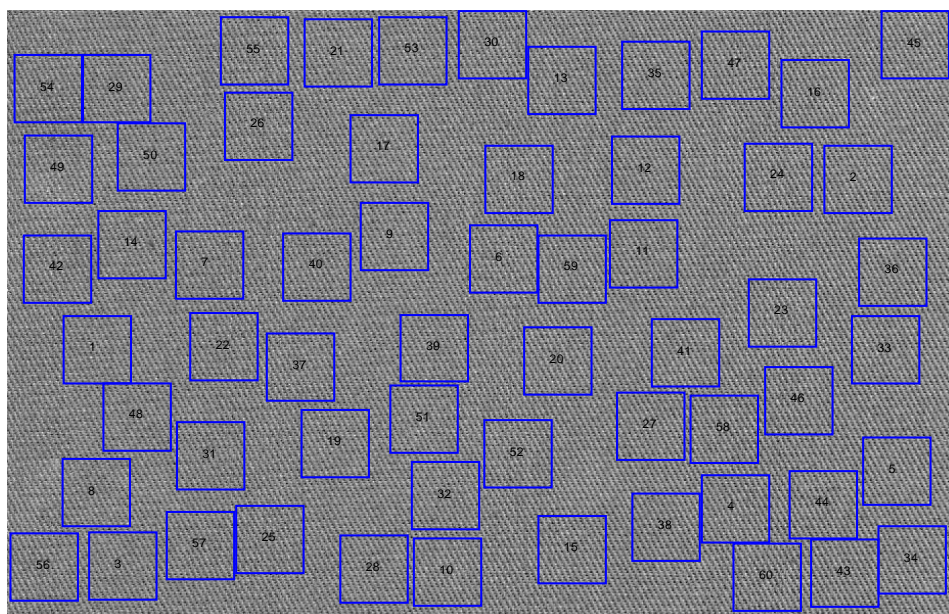
## 10.6. TEST 6

Tabulka 9: Parametry nastavení testu 6.

<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek C2
<b>Velikost okna:</b>	100 x 100 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	60
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek C2
<b>Metoda výběru oken:</b>	Systematic
<b>Počet oken ve výběru:</b>	---
<b>Texturní přístup:</b>	Statistický

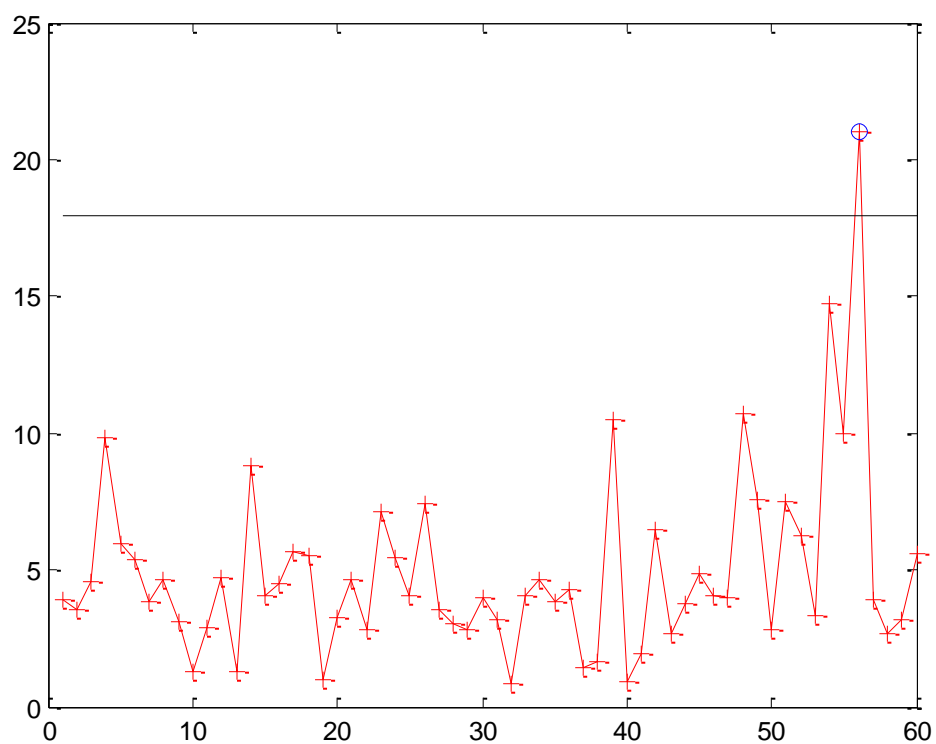
### Výstup z testu 6:

Pro test 6 byl použit vzorek z testovací sady C z obrázku 10 b). Okna na obrázku 46 byla vybrána systematickým výběrem bez překrývání oken. Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór nedetekoval žádné pozorování mimo regulační meze, jak lze vidět na obrázku 65 a). První hlavní komponenta, která vyčerpává 73,13 % z celkového rozptylu dat, neodhalila žádné okno s vadou, jak je možné vidět na obrázku 65 b). Na obrázku 66 a) je zobrazena druhá hlavní komponenta, která vysvětluje mnohem nižší podíl, tj. 21,14 % rozptylu z celkových proměnných a odhalené okno je vidět na obrázku 66 b).

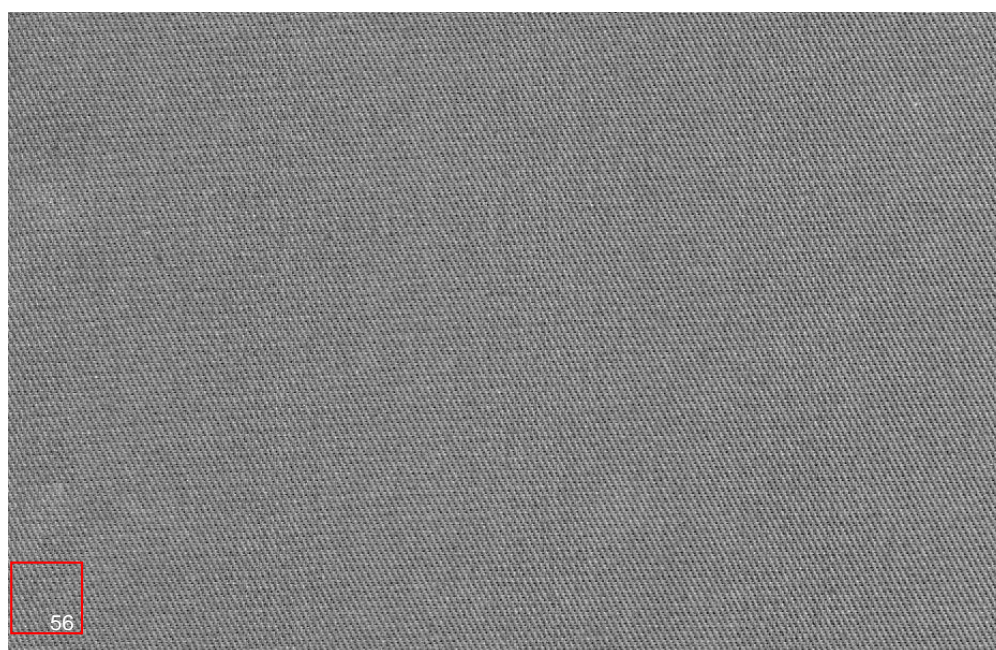


Obrázek 57: Náhodný výběr oken z výřezu ze vzorku C2.



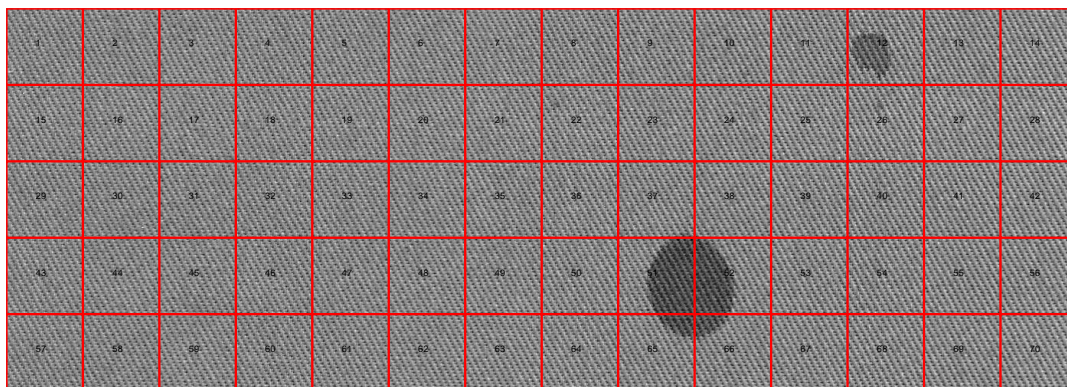


Obrázek 58: Hotellingův regulační diagram HD1 ze vzorku C2.

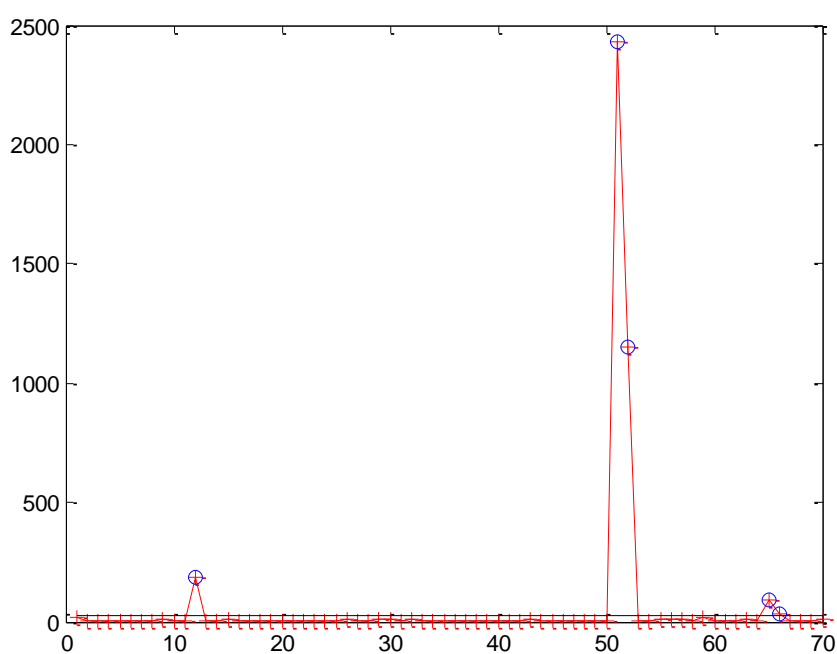


Obrázek 59: Označená okna, ve kterých Hotellingova statistika přesahuje horní regulační mez.

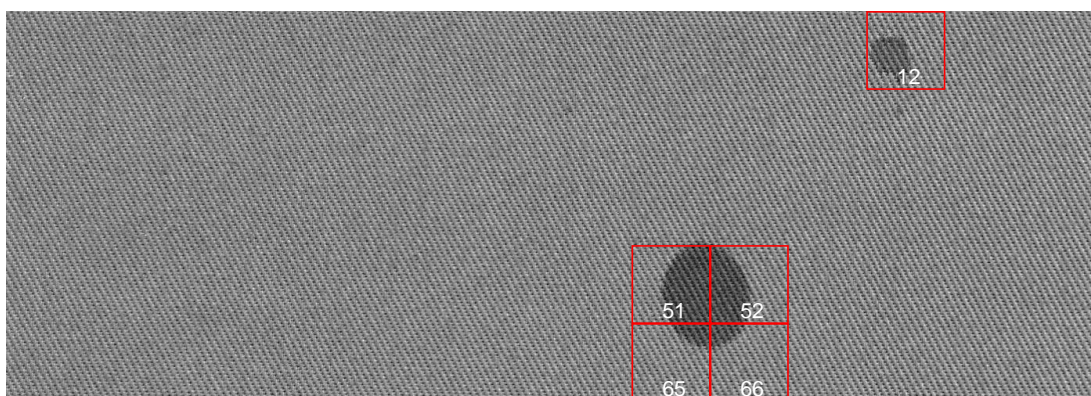




Obrázek 60: Označená okna vybrána systematickým výběrem.

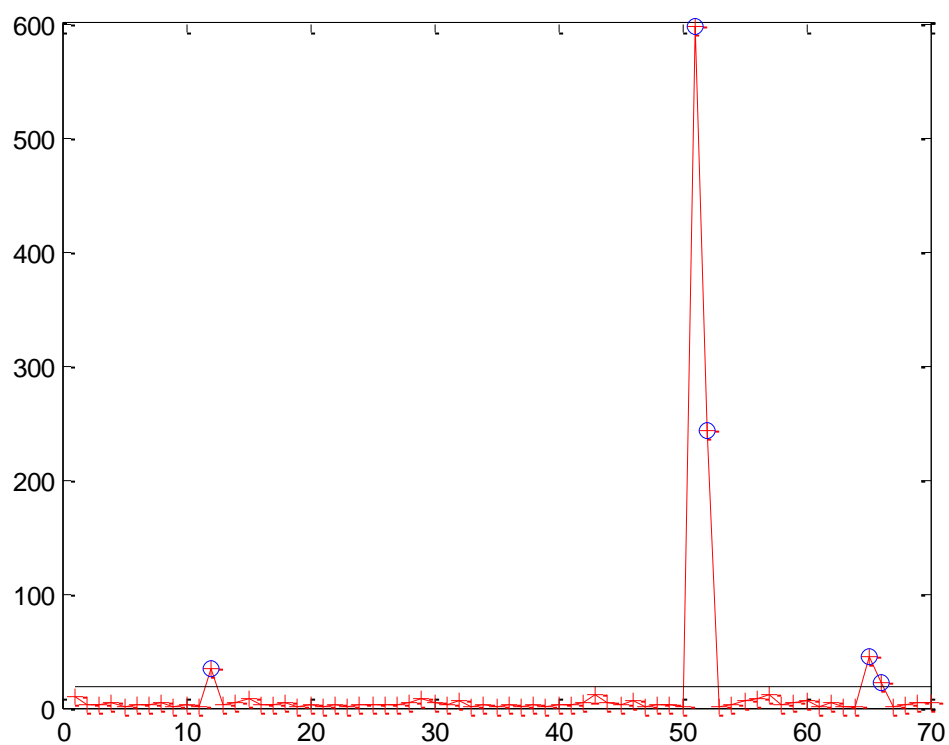


Obrázek 61: Hotellingův regulační diagram z texturních charakteristik z výřezu tkaniny.

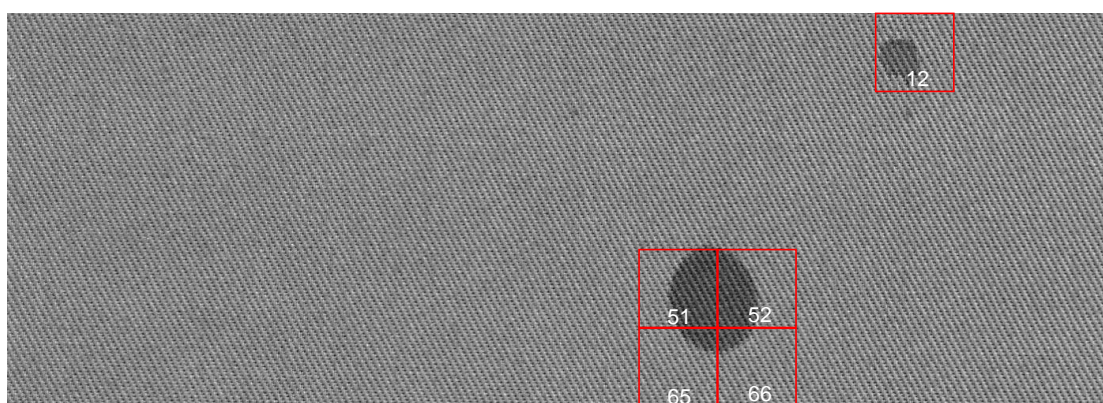


---

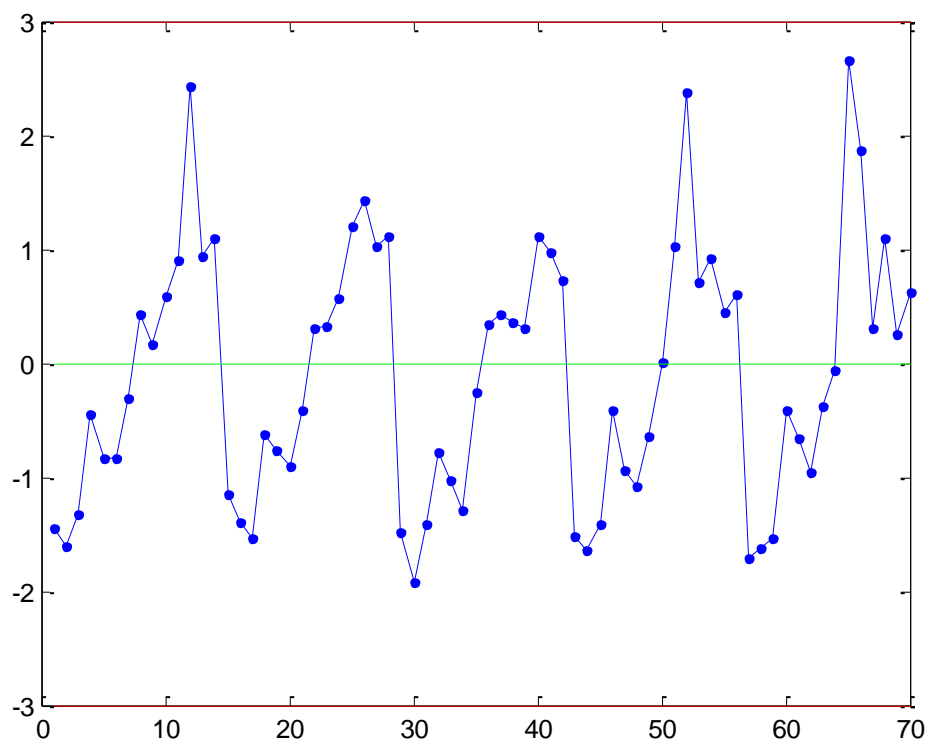
Obrázek 62: Označení oken, která přesahují horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu.



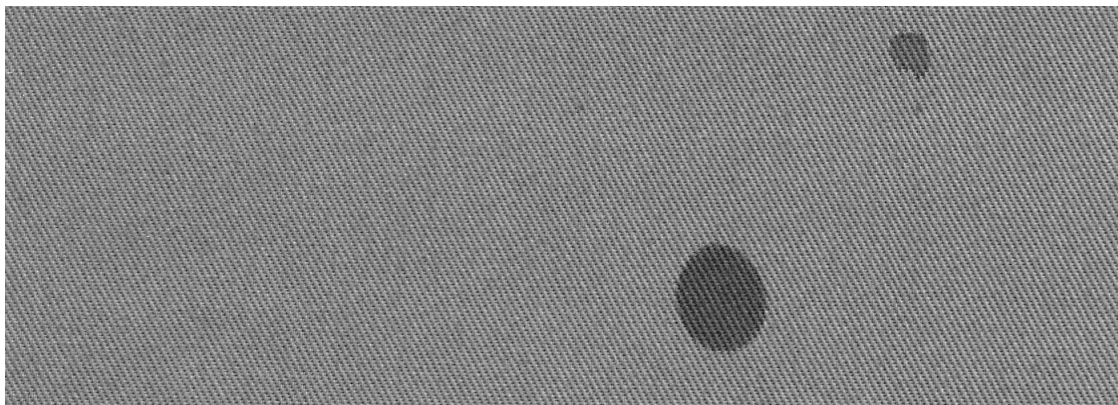
Obrázek 63: Hotellingův regulační diagram pro komponentní skóry.



Obrázek 64: Zobrazení okna s vadou pro Hotellingův regulační diagram pro komponentní skóry z obr. 63.



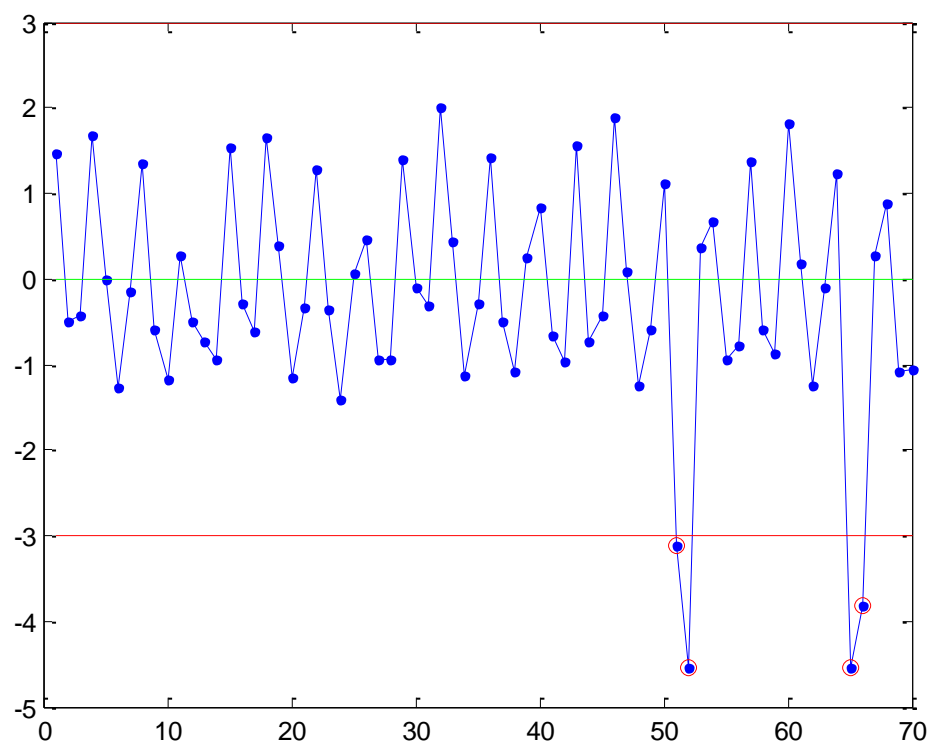
a)



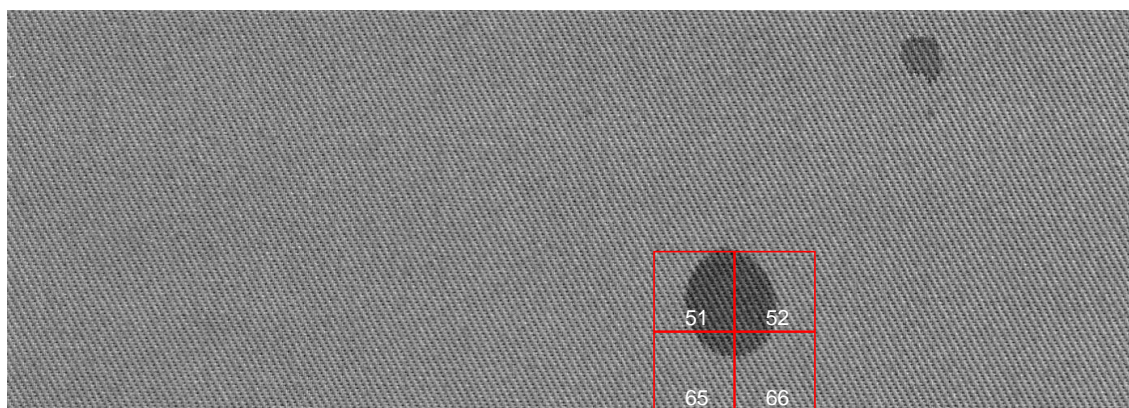
b)

Obrázek 65: a) Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór, b) neodhalená okna v místě vady.



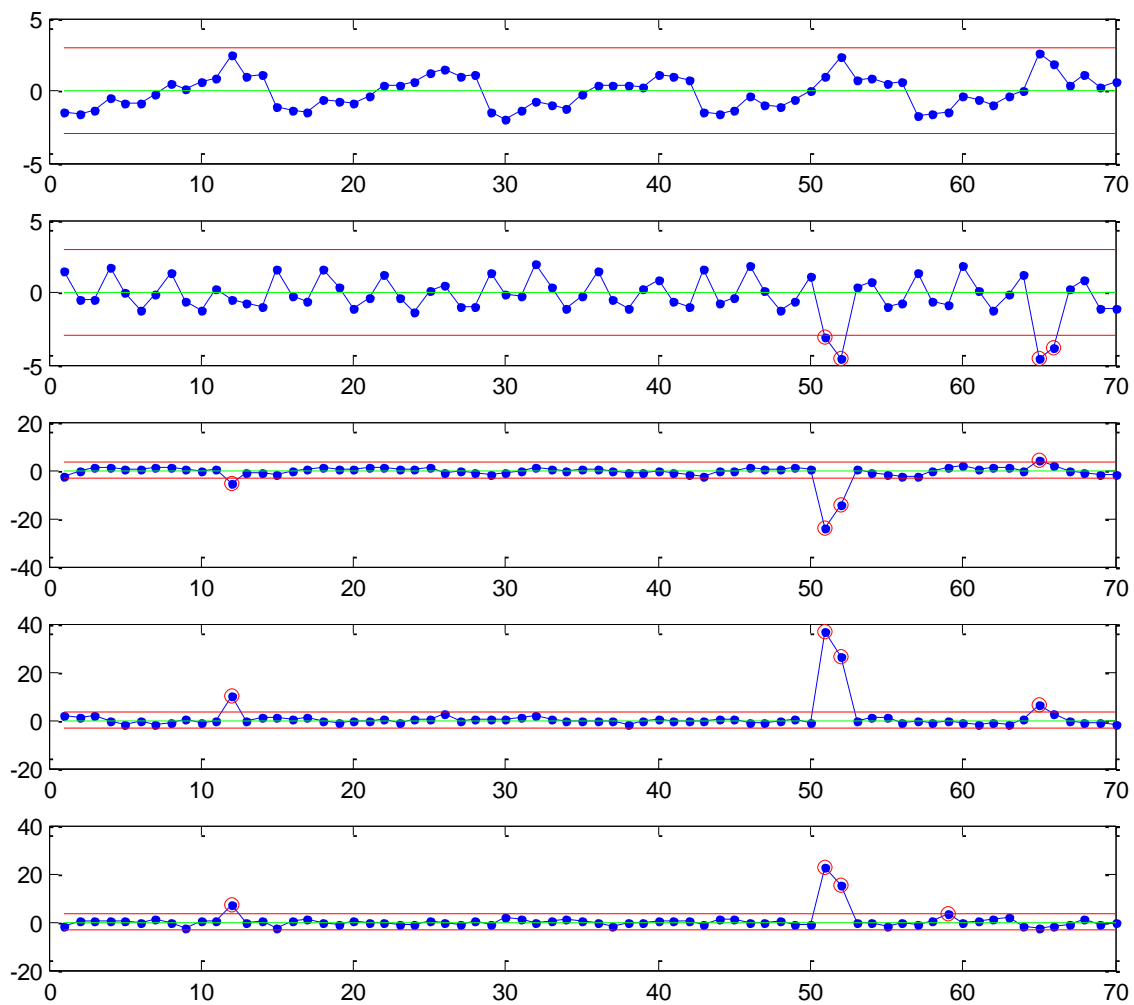


a)



b)

Obrázek 66: a) Regulační diagram pro druhý hlavní komponentní skór, b) odhalená okna.



Obrázek 67: Zobrazení všech hlavních komponentních skór.

---

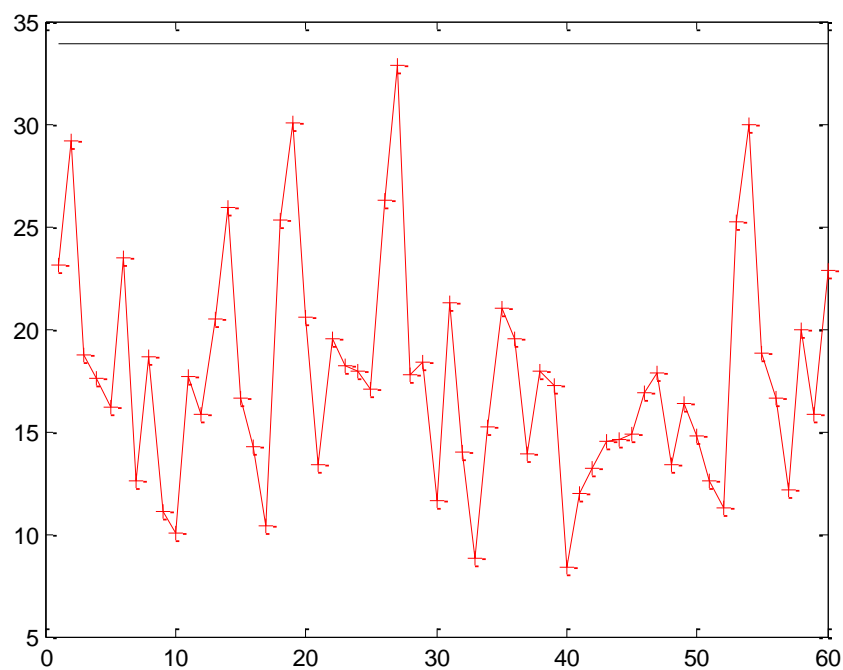
## 10.7. TEST 7

Tabulka 10: Parametry nastavení testu 7.

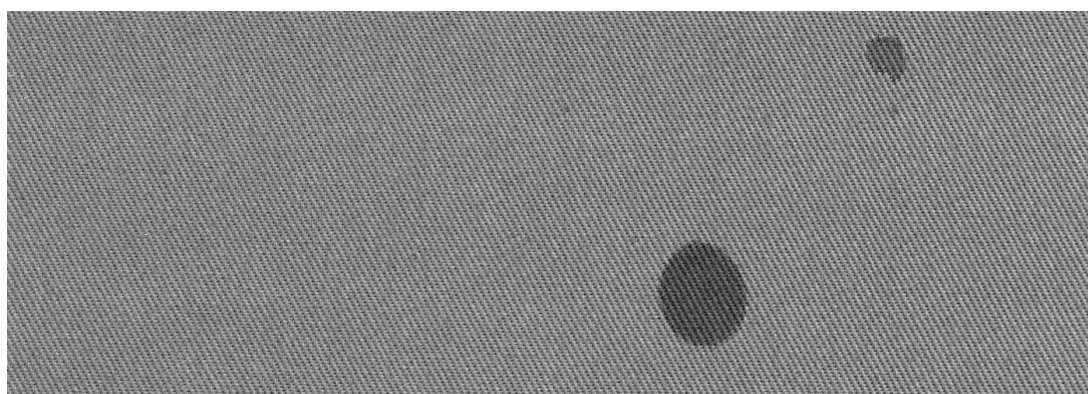
<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek C2
<b>Velikost okna:</b>	100 x 100 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	60
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek C2
<b>Metoda výběru oken:</b>	Systematic
<b>Počet oken ve výběru:</b>	---
<b>Texturní přístup:</b>	Spektrální

### Výstup z testu 7:

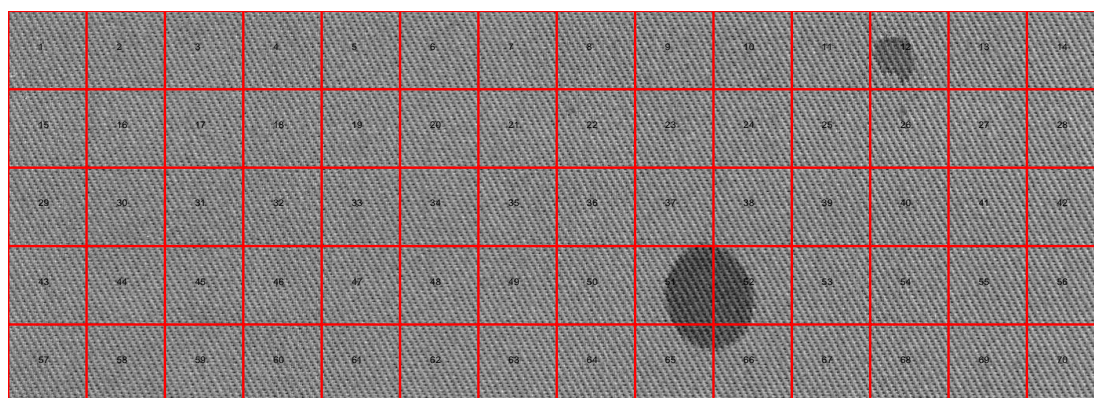
V testu 7 byly testovány stejné vzorky, tj. výřez ze vzorku C2, bylo použito stejné nastavení jako u testu 6. Výběr oken zůstává stejný, pouze se testuje spektrální přístup. Hlavní komponenty z tohoto testu nemají významnou vypovídací schopnost. Součet procentuálního podílu rozptylu hlavních komponent by musel přesáhnout 80% variability. Takový výsledek bychom získali až z osmi hlavních komponent.



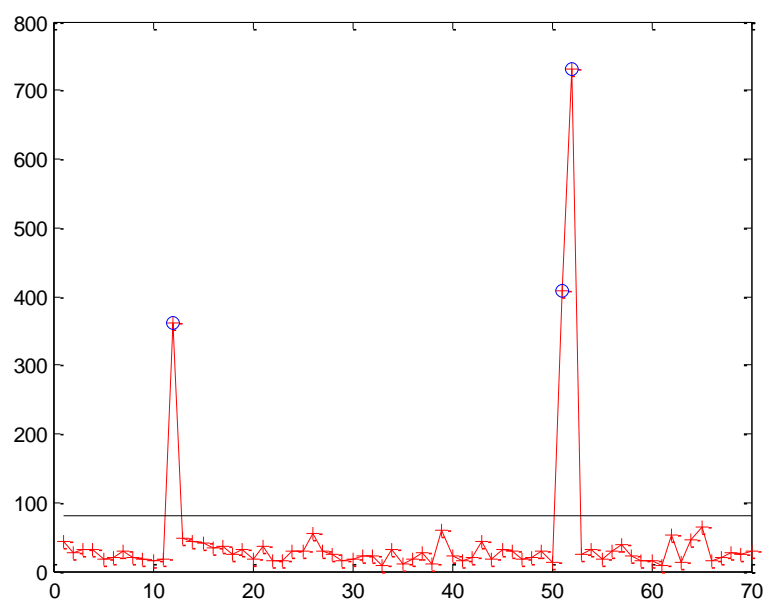
Obrázek 68: Hotellingův regulační diagram HD1 ze vzorku C2.



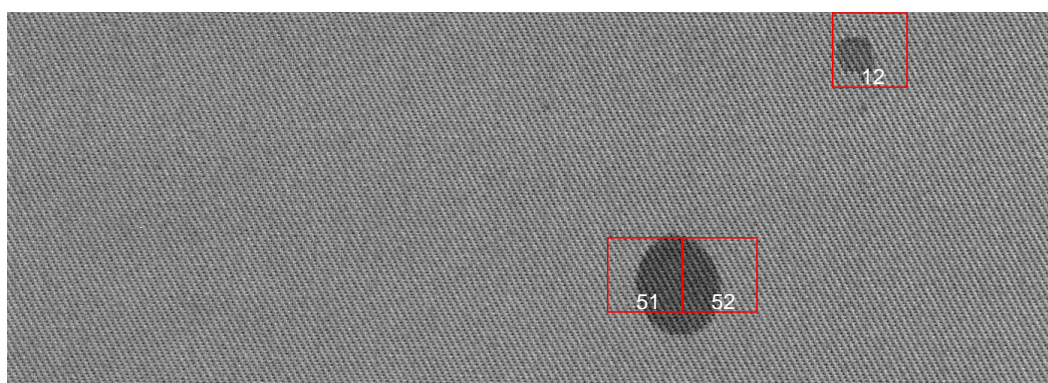
Obrázek 69: Označení oken, která přesahují horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu.



Obrázek 70: Označená okna vybrána systematickým výběrem.

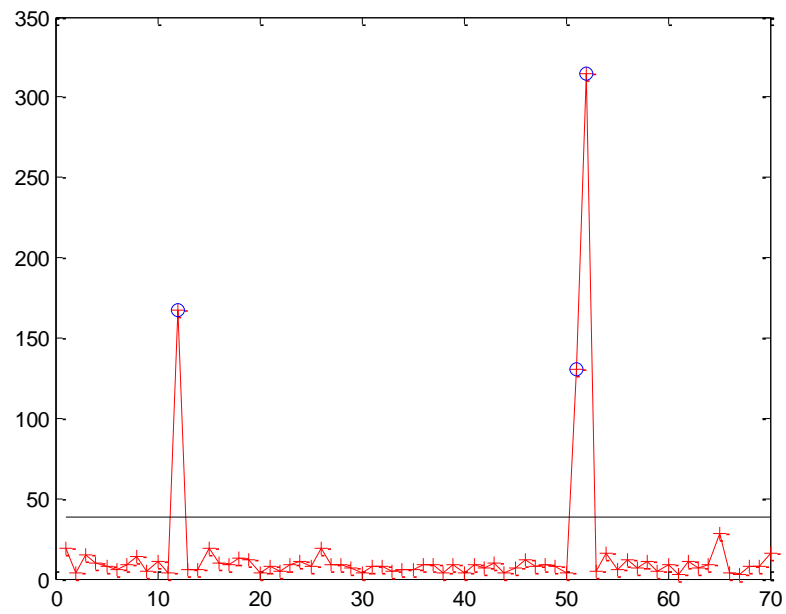


Obrázek 71: Hotellingův regulační diagram HD2 ze vzorku C2.

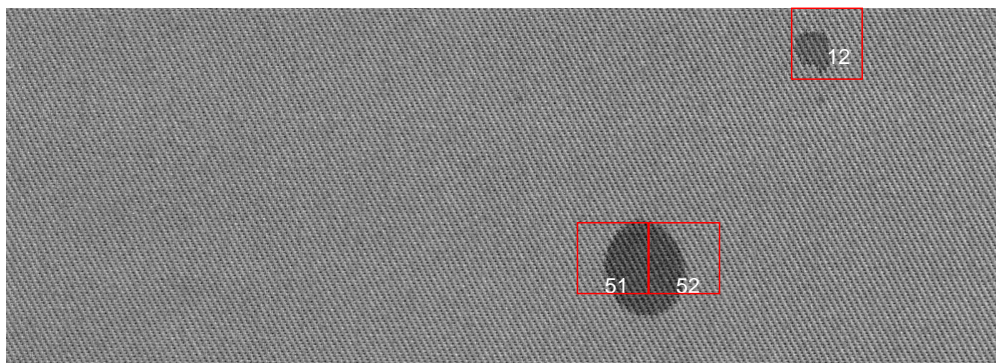


Obrázek 72: Označení oken, která přesahují horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu.

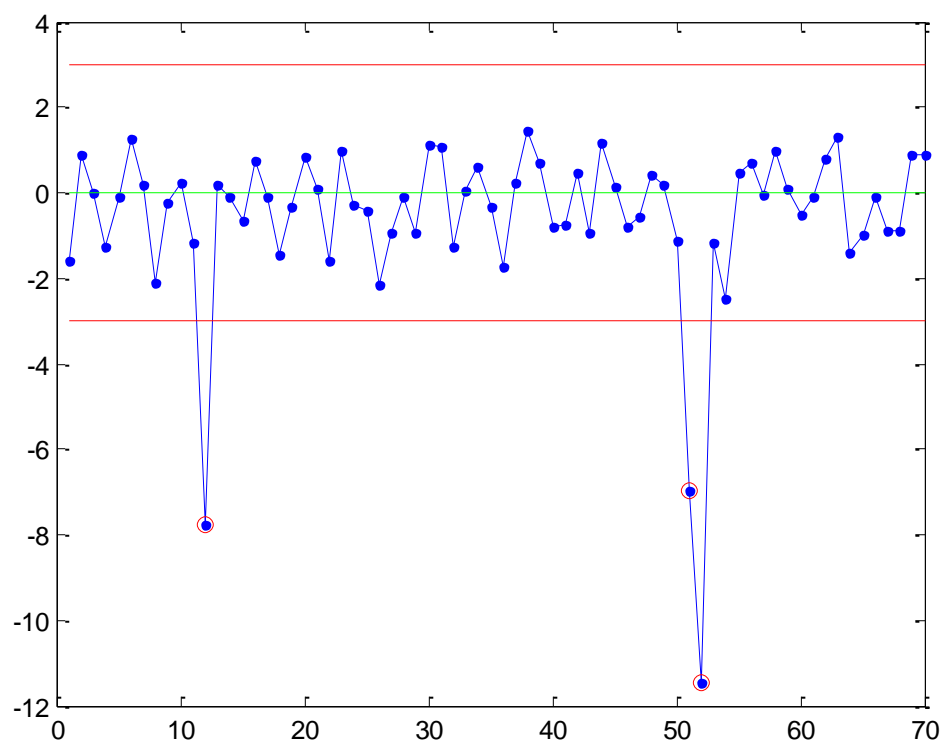




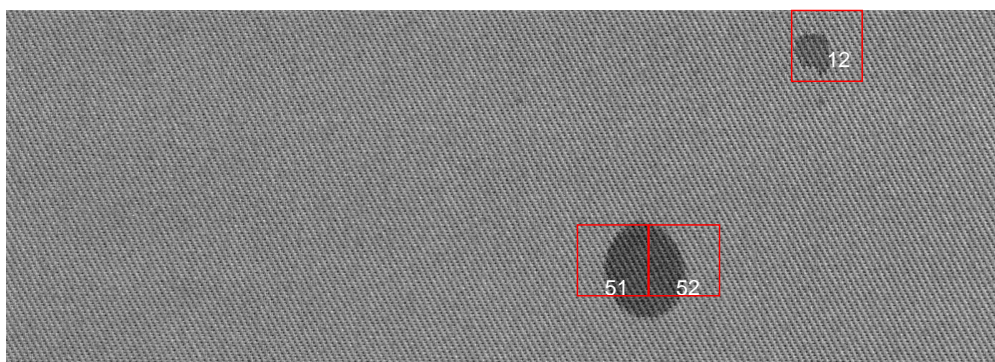
Obrázek 73: Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry.



Obrázek 74: Zobrazení okna s vadou pro Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry.

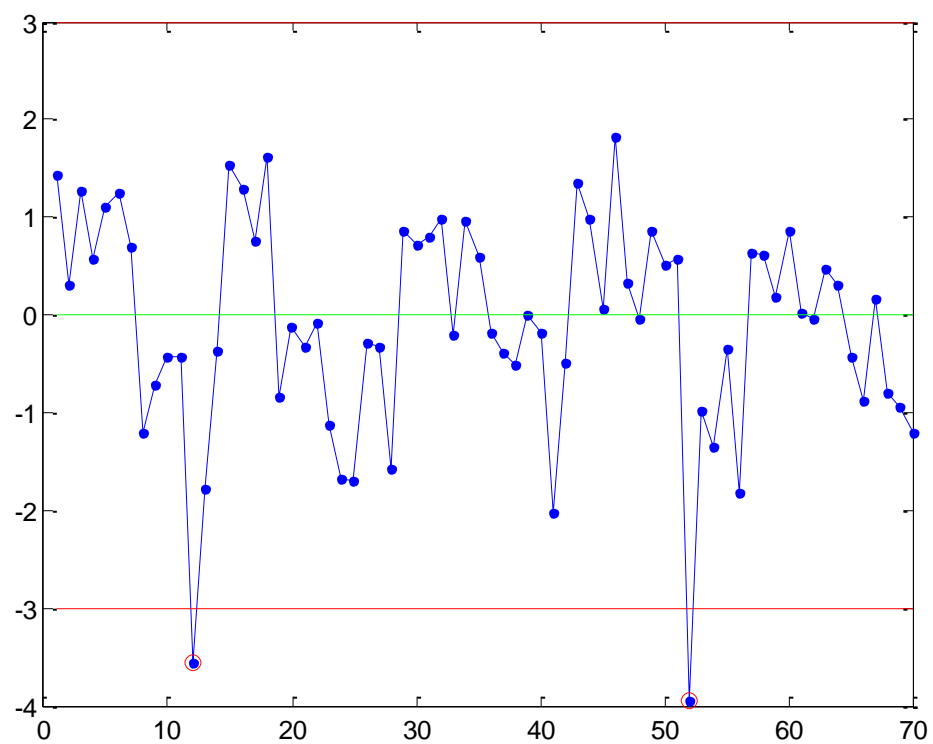


a)

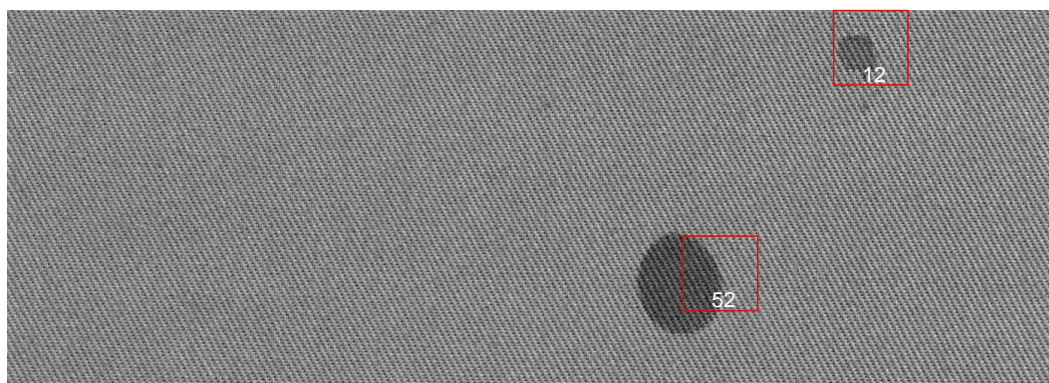


b)

Obrázek 75: a) Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór, b) odhalená okna v místě vady.



a)



b)

Obrázek 76: a) Regulační diagram pro druhý hlavní komponentní skór, b) odhalená okna.

---

## 10.8. TEST 8

Tabulka 11: Parametry nastavení testu 8.

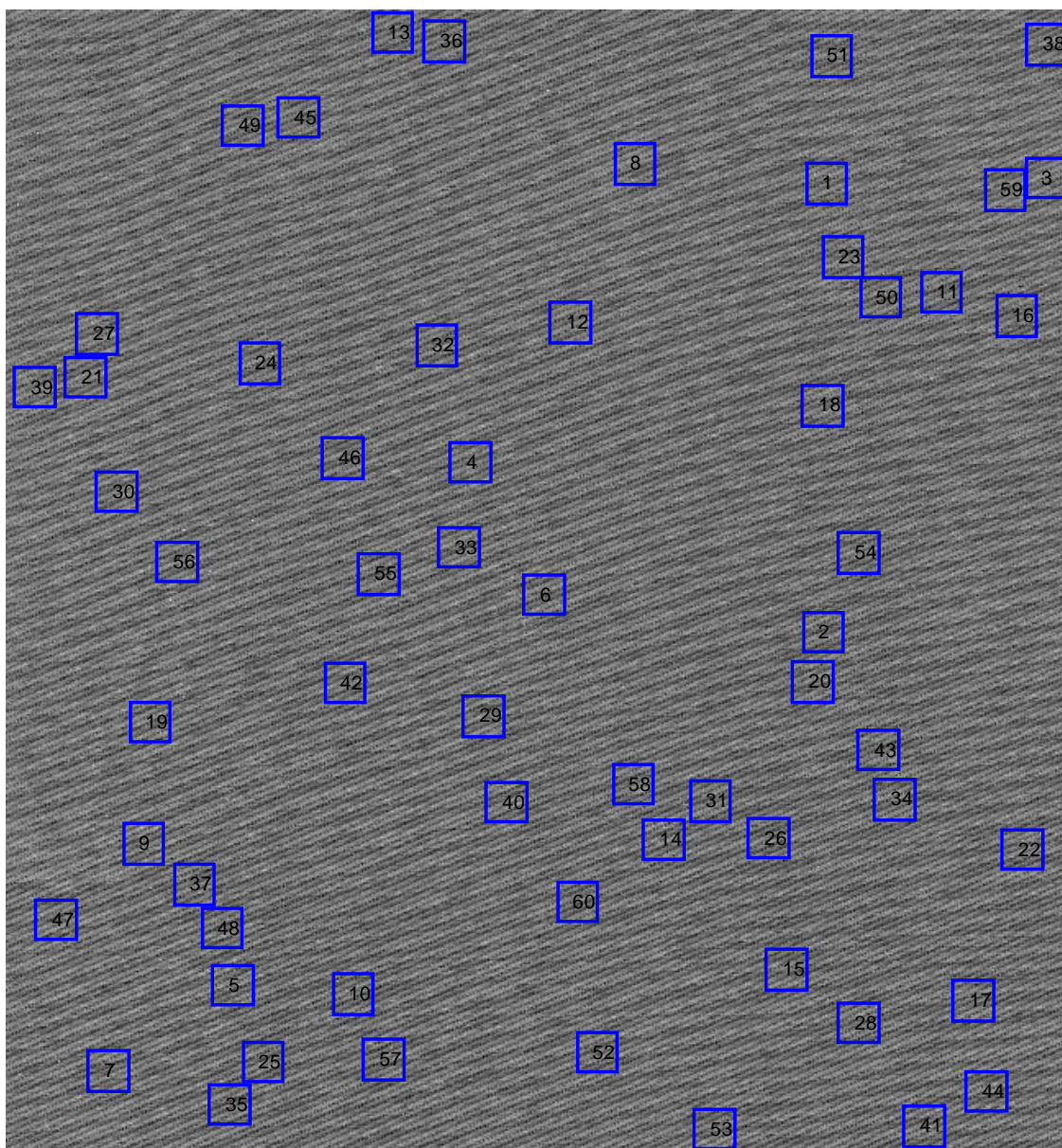
<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek A3
<b>Velikost okna:</b>	50 x 50 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	60
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek A3
<b>Metoda výběru oken:</b>	Systematic
<b>Počet oken ve výběru:</b>	---
<b>Texturní přístup:</b>	Spektrální

### Výstup z testu 8:

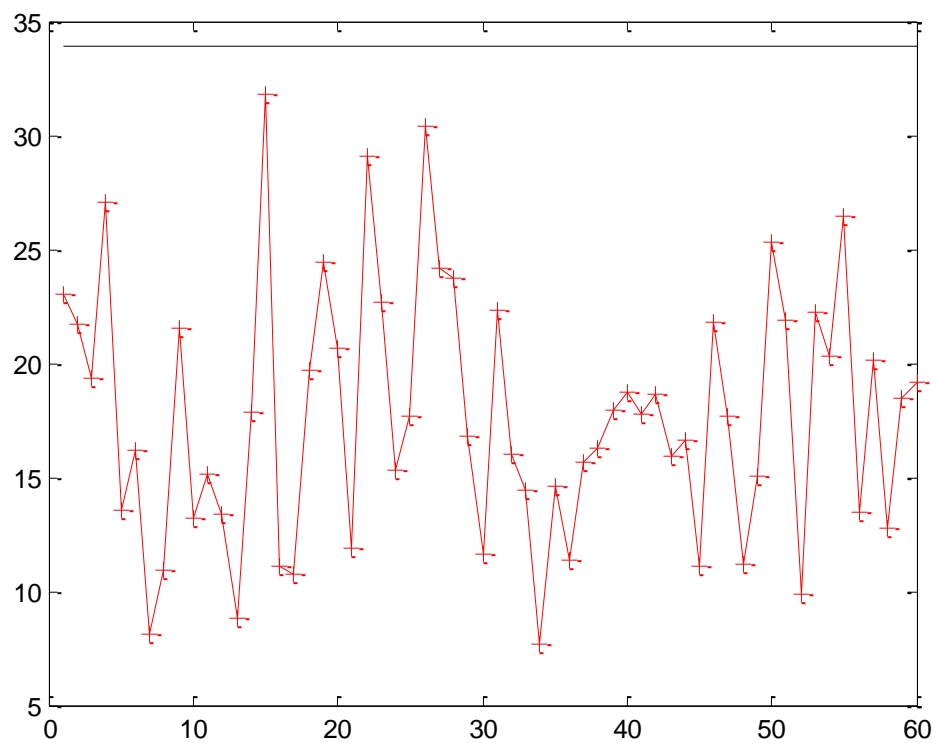
V testu 8 byl testován vzorek z testovací sady A, konkrétně tkanina s vadou zátrh (viz obrázek 8 c)). Testoval se spektrální přístup. Výsledky hlavních komponent jsou nevýznamné. Pro překročení doporučeného limitu 80 % variability se muselo zvolit 8 hlavních komponent.

Na obrázku 83 je zobrazení oken s vadou pro Hotellingův regulační diagram pro metodu hlavních komponentní skór. Touto metodou jsou detekované „false alarmy“ zredukovány, jak je vidět z obrázku 84 a 85.





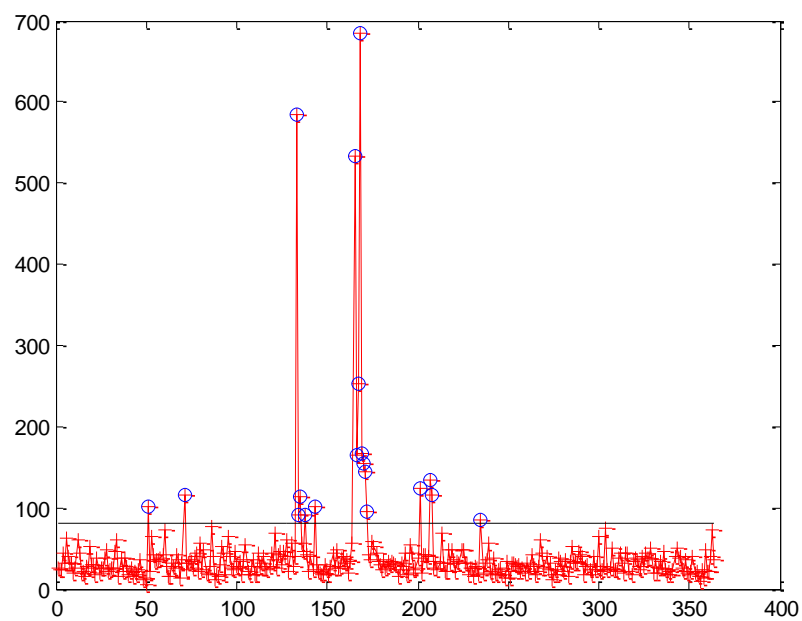
Obrázek 77: Náhodný výběr oken z výřezu.



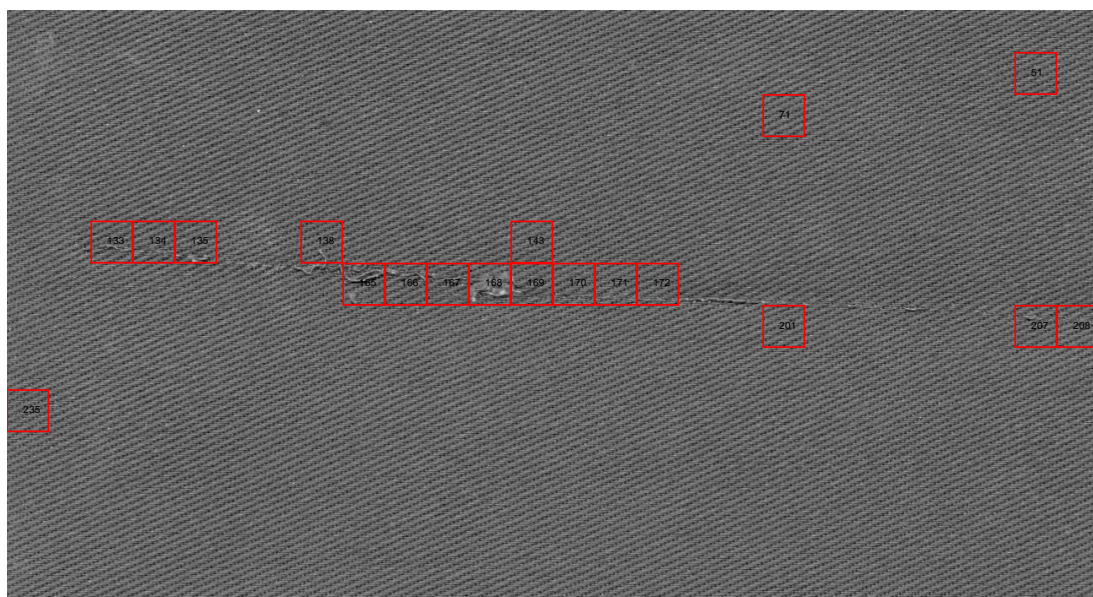
Obrázek 78: Hotellingův regulační diagram HD1 ze vzorku A3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104
105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156
157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182
183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208
209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234
235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286
287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312
313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338
339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364

Obrázek 79: Označená okna vybrána systematickým výběrem.

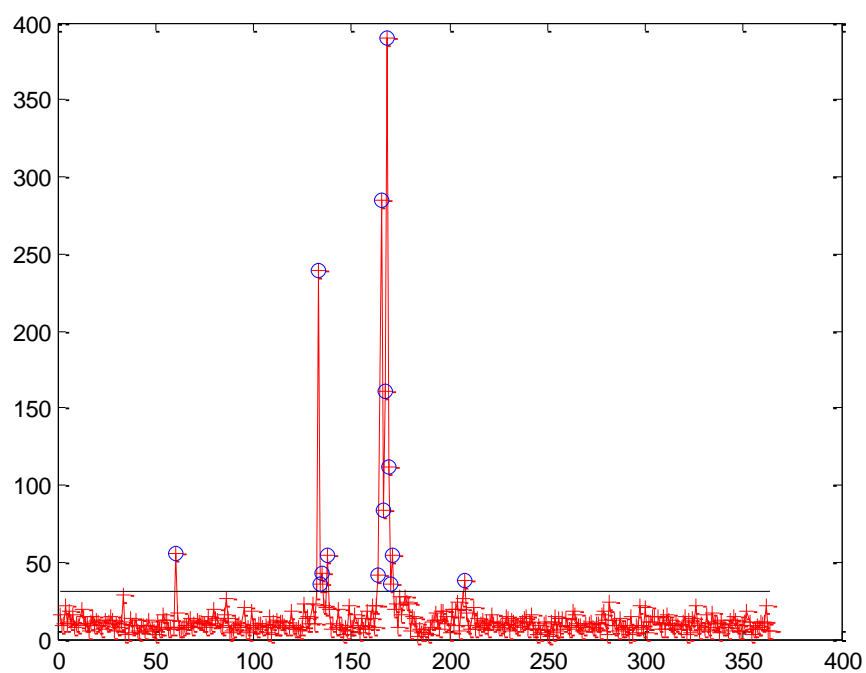


Obrázek 80: Hotellingův regulační diagram HD2 ze vzorku A3.

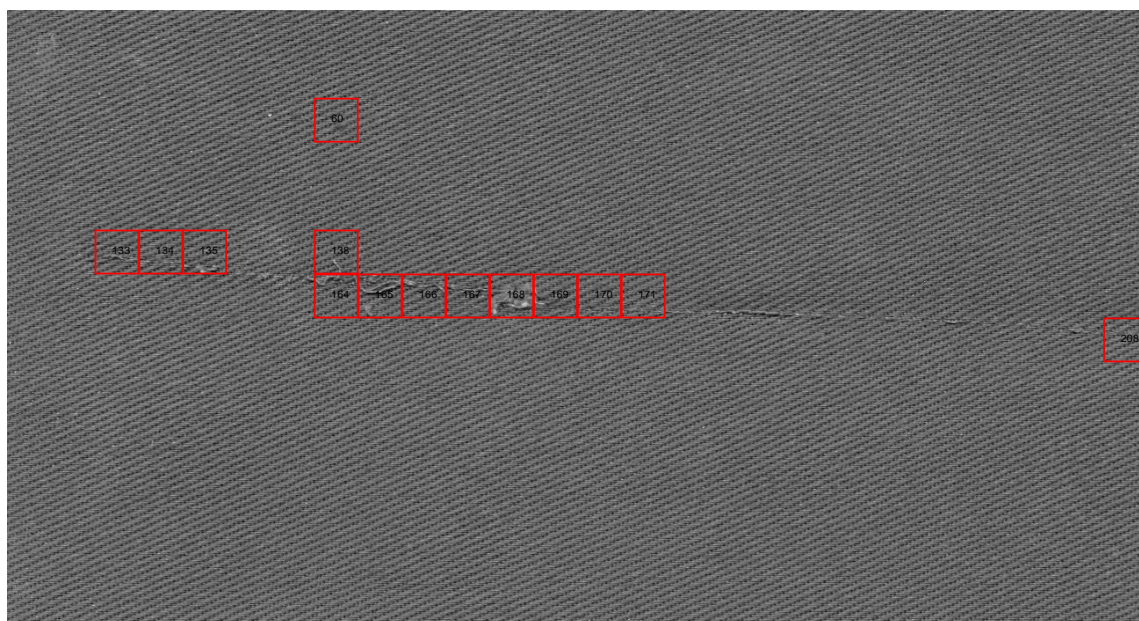


Obrázek 81: Označení oken, která přesahují horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu.



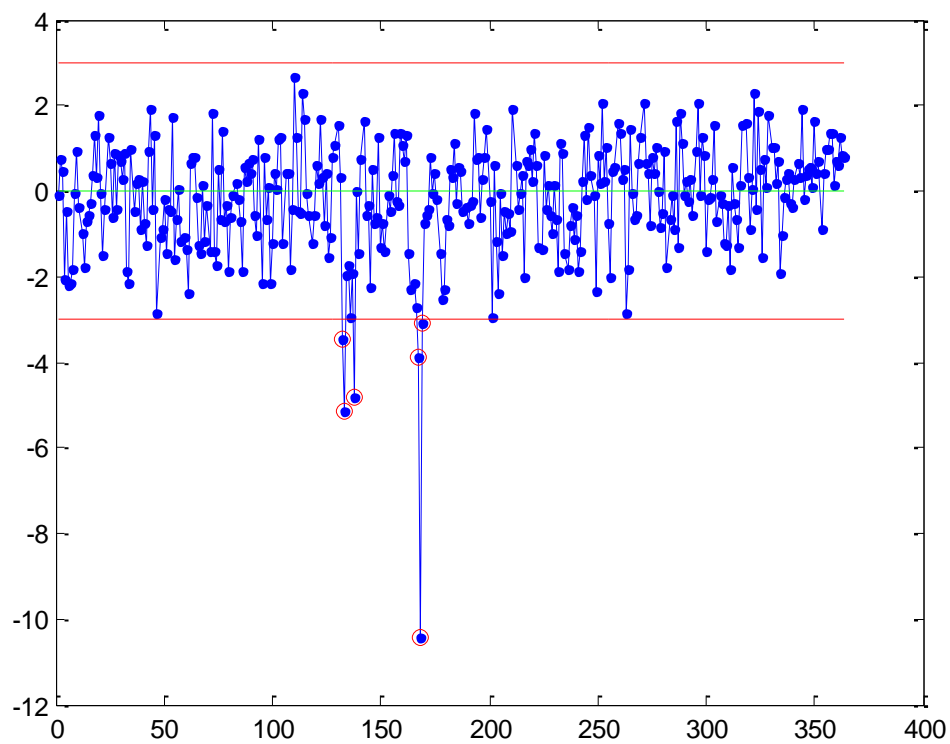


Obrázek 82: Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry.

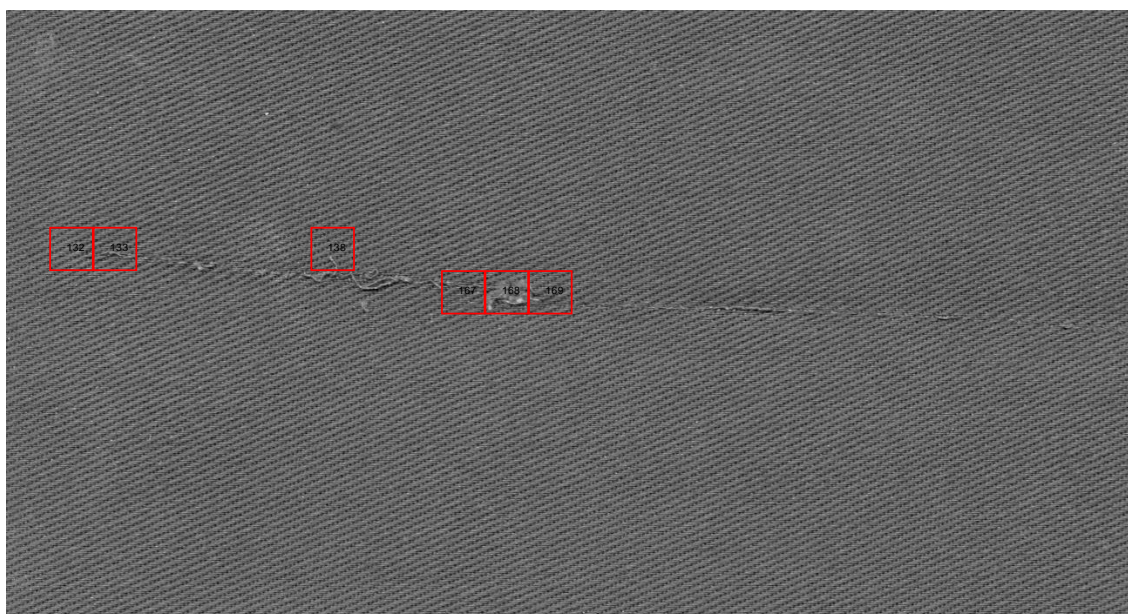


Obrázek 83: Zobrazení okna s vadou pro Hotellingův regulační diagram pro componentní skóry z obrázku 82.



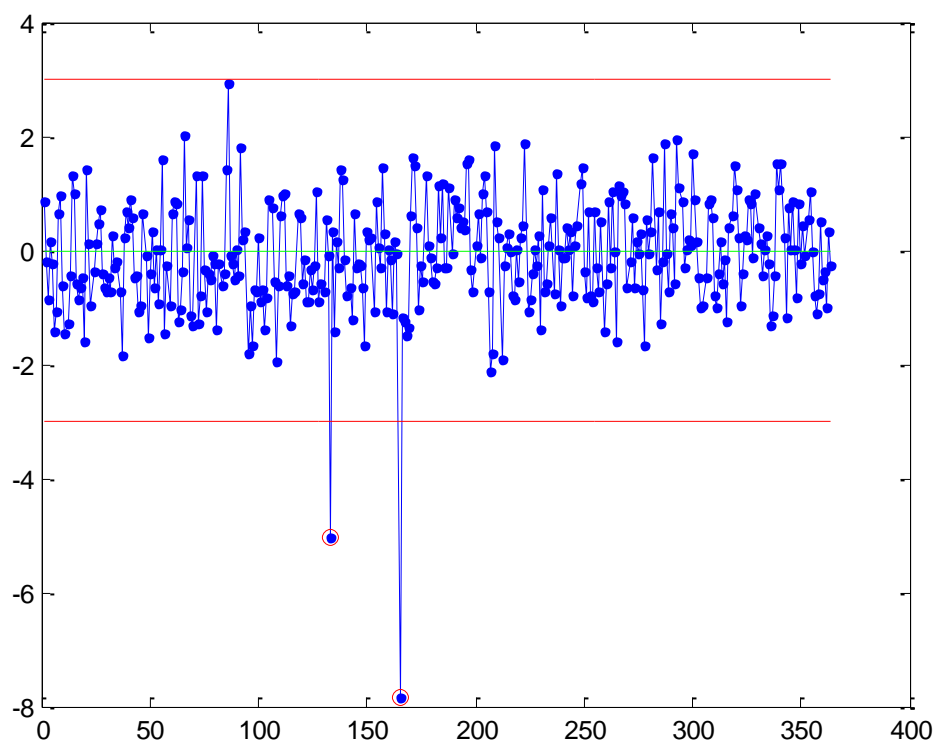


a)



b)

Obrázek 84: a) Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór, b) odhalená okna v místě vady.



a)



b)

Obrázek 85: a) Regulační diagram pro druhý hlavní komponentní skór, b) odhalená okna.

---

## 10.9. TEST 9

Tabulka 12: Parametry nastavení testu 9.

<b>Trénovací obrázek (HDS):</b>	Vzorek A3
<b>Velikost okna:</b>	50 x 50 pixelů
<b>Metoda výběru oken:</b>	Sample
<b>Počet oken ve výběru:</b>	60
<b>Testovaný obrázek:</b>	Vzorek A3
<b>Metoda výběru oken:</b>	Systematic
<b>Počet oken ve výběru:</b>	---
<b>Texturní přístup:</b>	Statistický

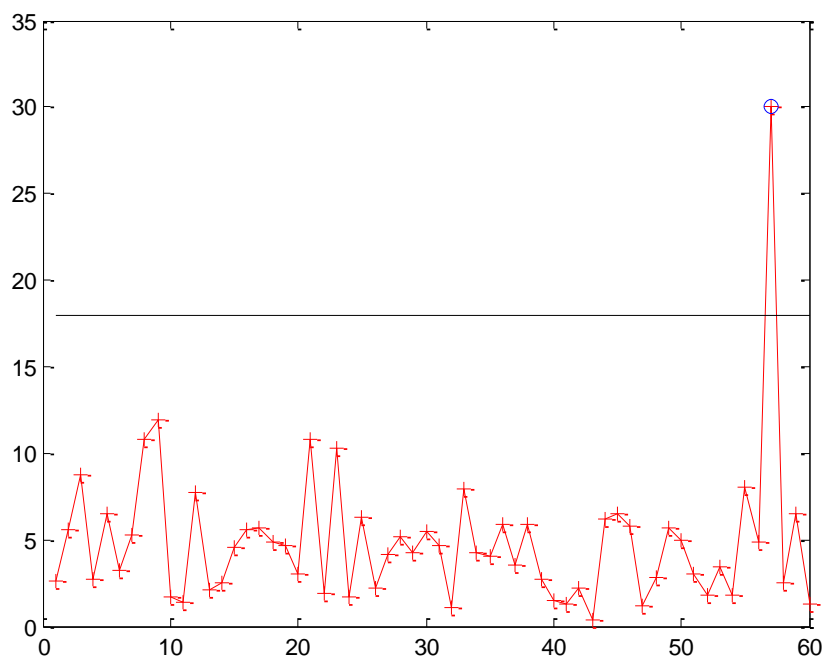
### Výstup z testu 9:

Poslední test byl proveden na stejném vzorku jako test 8. Pouze se změnil přístup monitorování. Na tomto vzorku se testuje statistický přístup – pomocí matice šedotónových závislostí. Obrázek 79 určuje metodu výběru oken pomocí funkce „systematic“. Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór detekoval pozorování mimo regulační meze, jak lze vidět na obrázku 92 a). První hlavní komponenta, která vyčerpává 58,03 % z celkového rozptylu dat, neodhalila žádné okno s vadou, jak je možné vidět na obrázku 92 b). Na obrázku 93 a) je zobrazena druhá hlavní komponenta, která vysvětluje mnohem nižší podíl, tj. 20,84 % rozptylu z celkových proměnných a odhalené okno je vidět na obrázku 93 b).

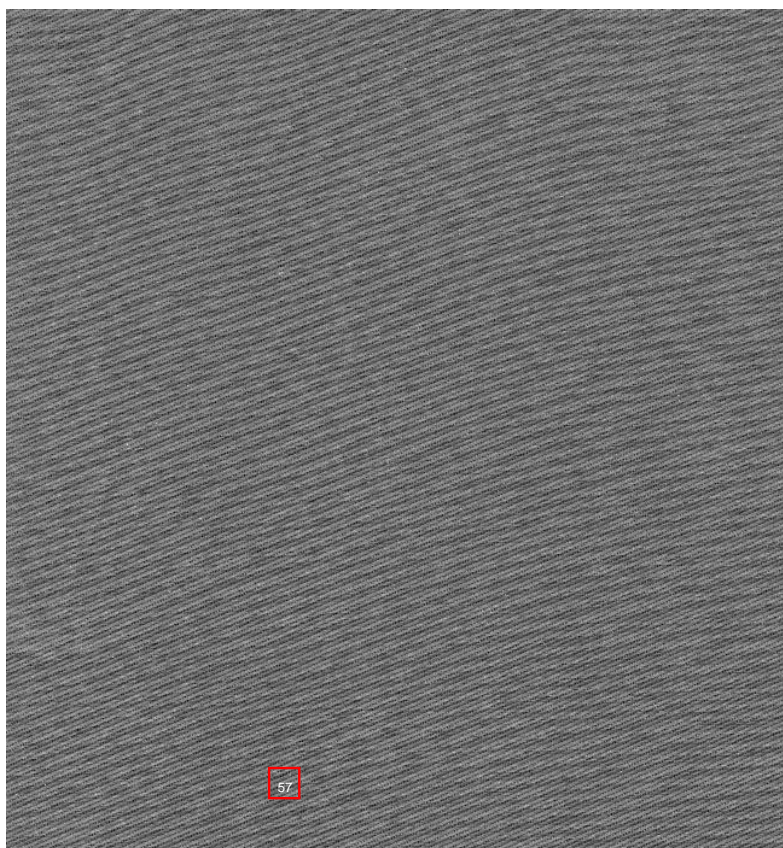
Pro úplnost jsou v tabulce 13 uvedeny procentní podíly rozptylu hlavních komponent.

Tabulka 13: Procentní podíly rozptylu hlavních komponent.

1.	58.03 %
2.	20.84 %
3.	16.28 %
4.	3.85%
5.	0.99 %

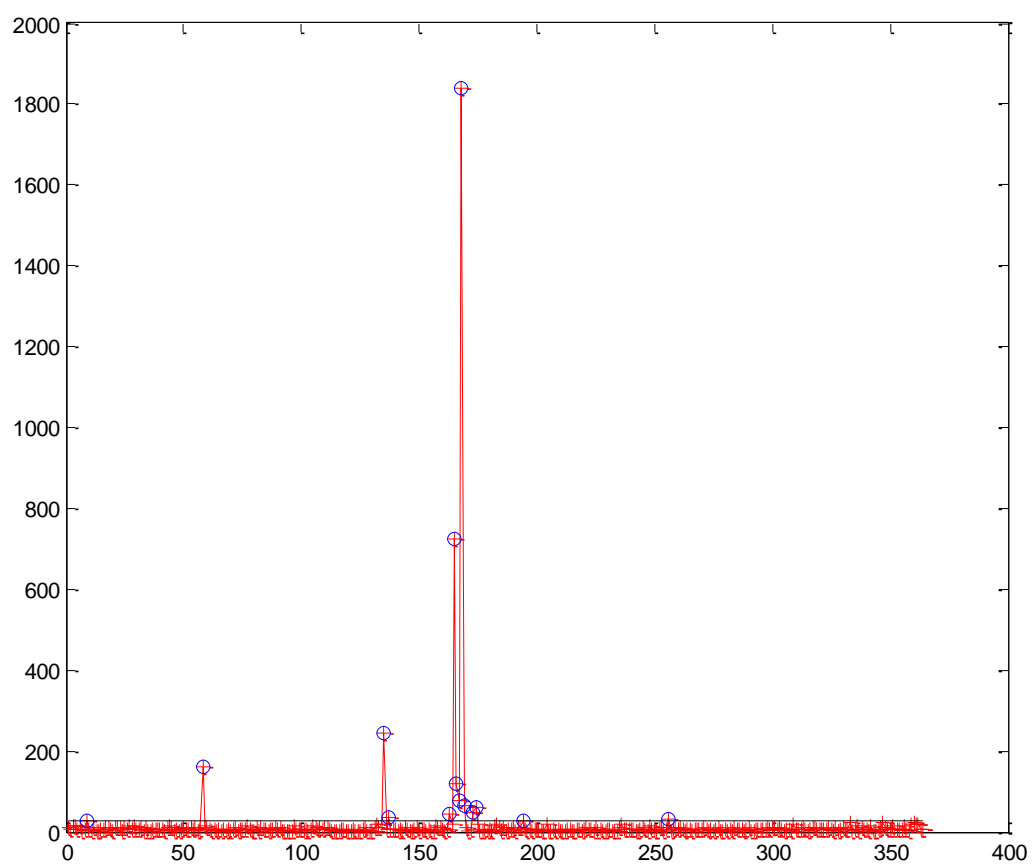


Obrázek 86: Hotellingův regulační diagram z HD1 ze vzorku A3.

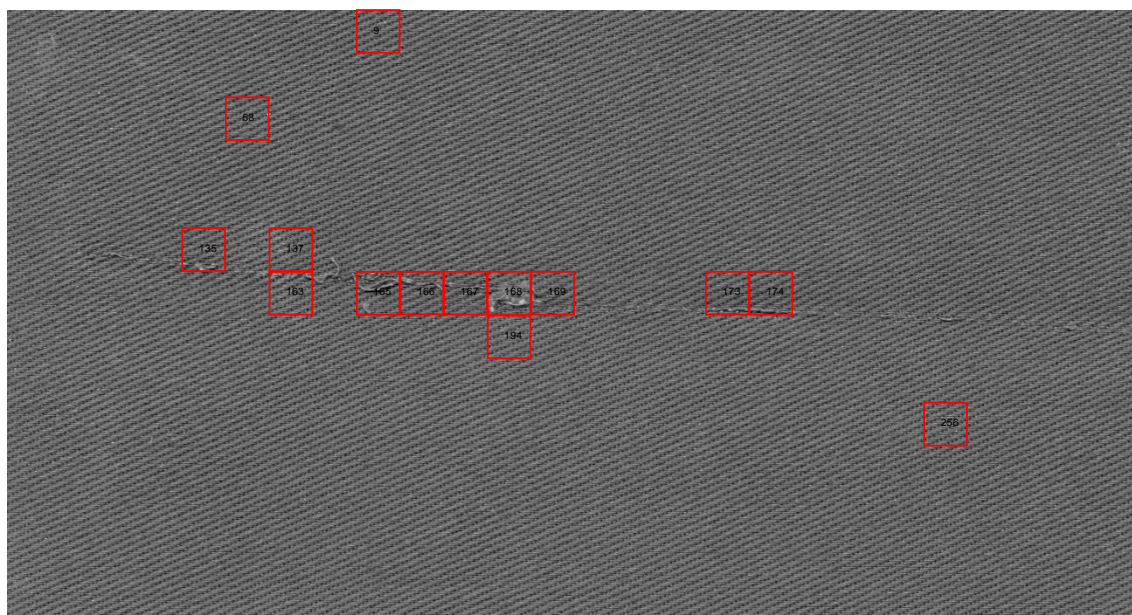


Obrázek 87: Označená okna, ve kterých Hotellingova statistika  $T_i^2$  přesahuje horní regulační mez.

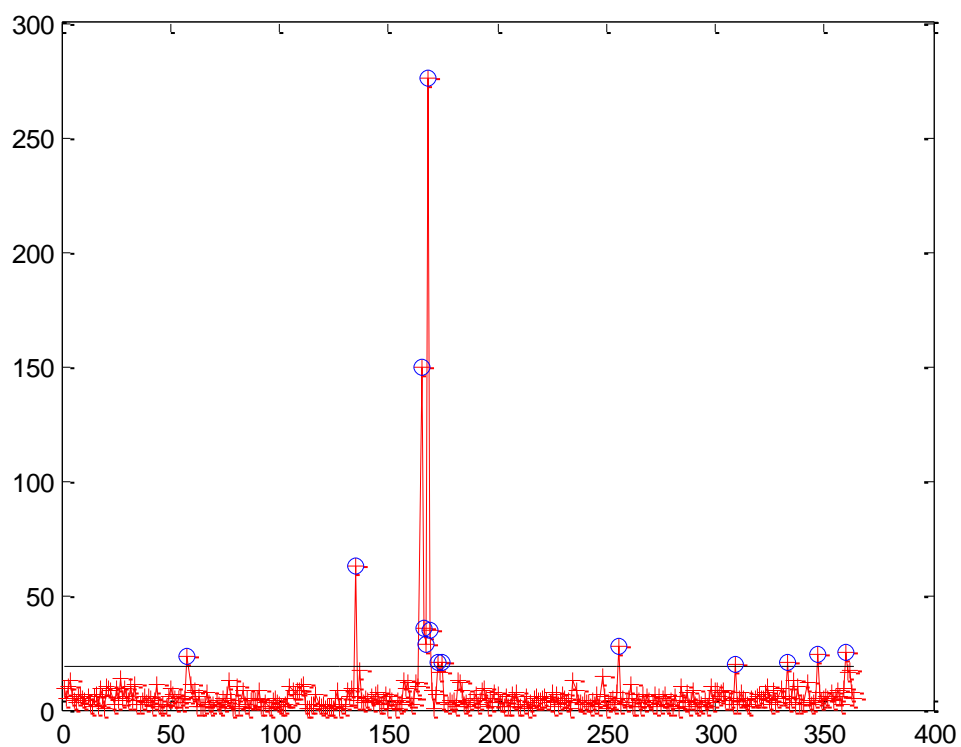




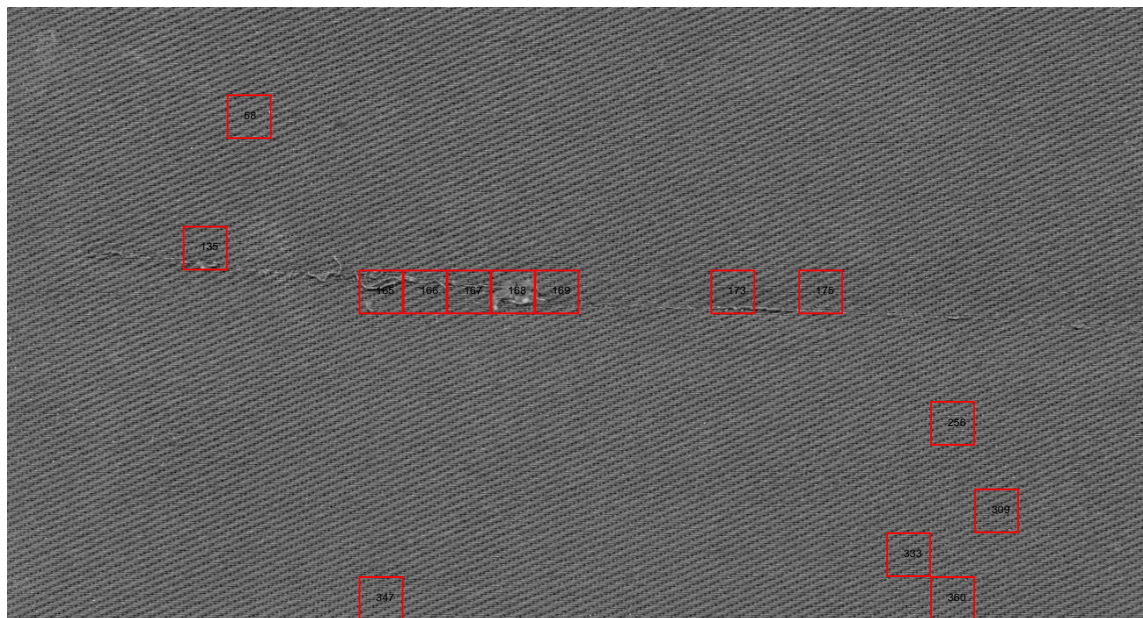
Obrázek 88: Hotellingův regulační diagram HD2 ze vzorku A3.



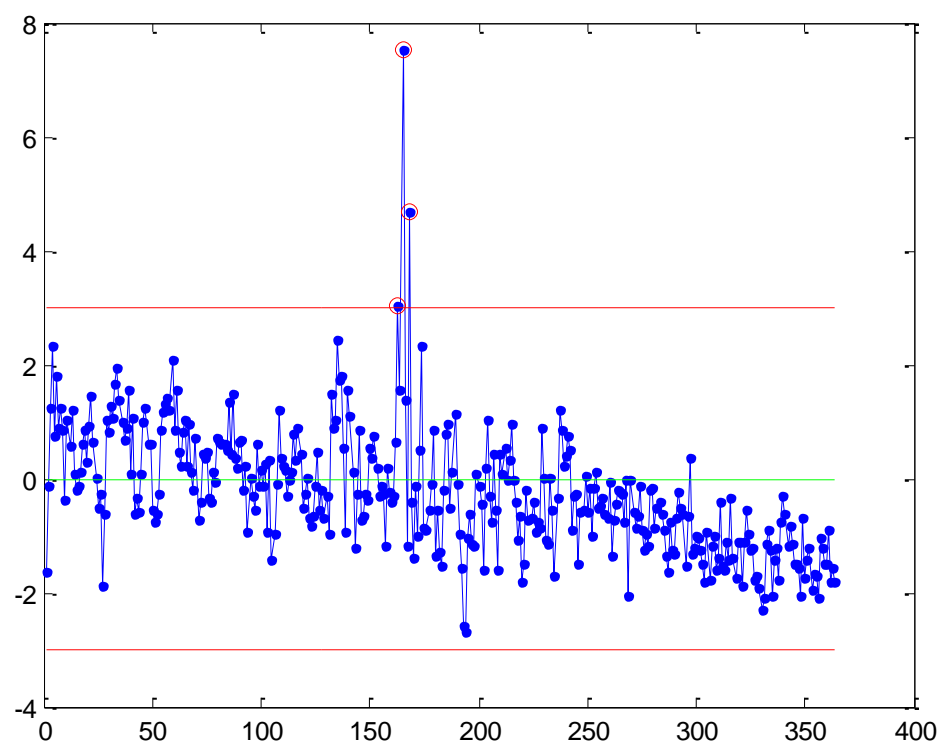
Obrázek 89: Označení oken, která přesahují horní regulační mez Hotellingova regulačního diagramu.



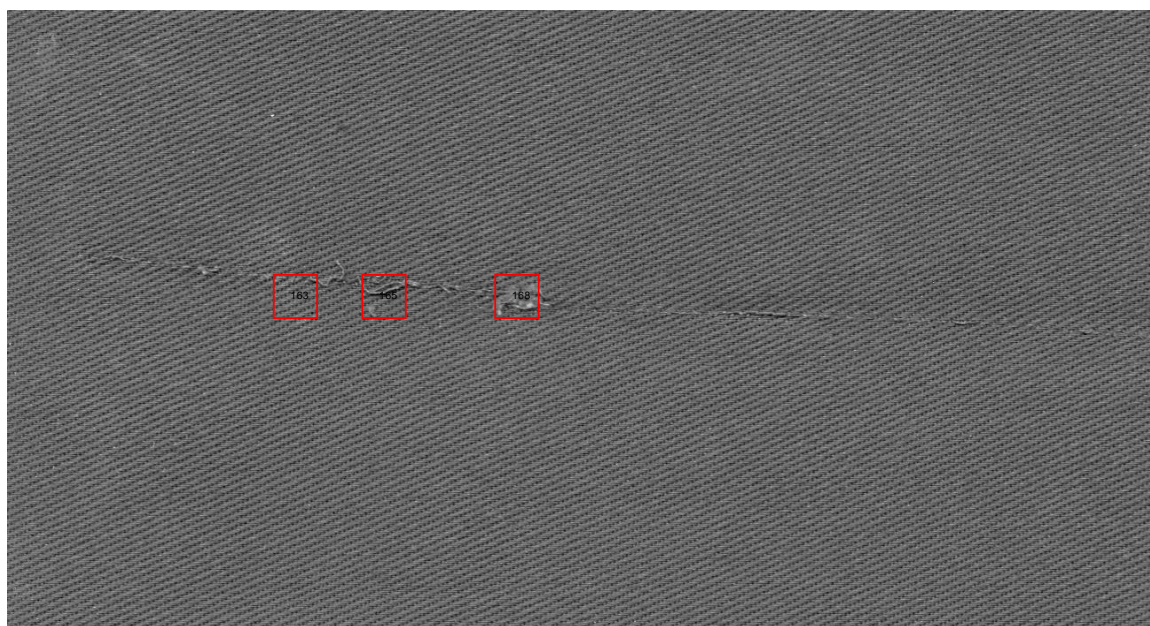
Obrázek 90: Hotellingův regulační diagram pro komponentní skóry.



Obrázek 91: Zobrazení okna s vadou pro Hotellingův regulační diagram pro komponentní skóry z obrázku 90.



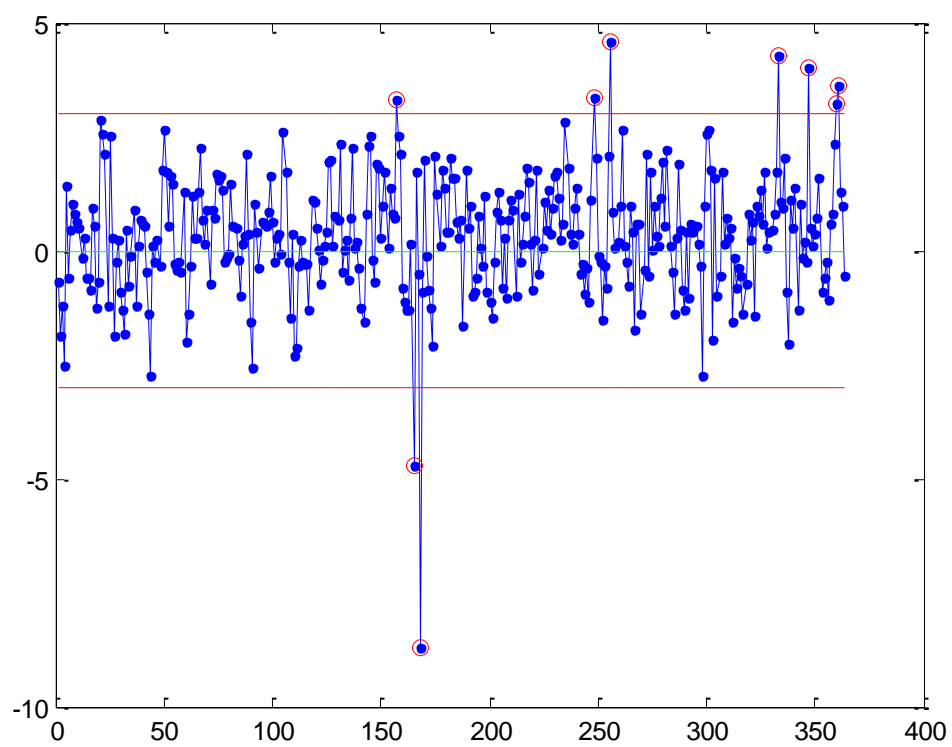
a)



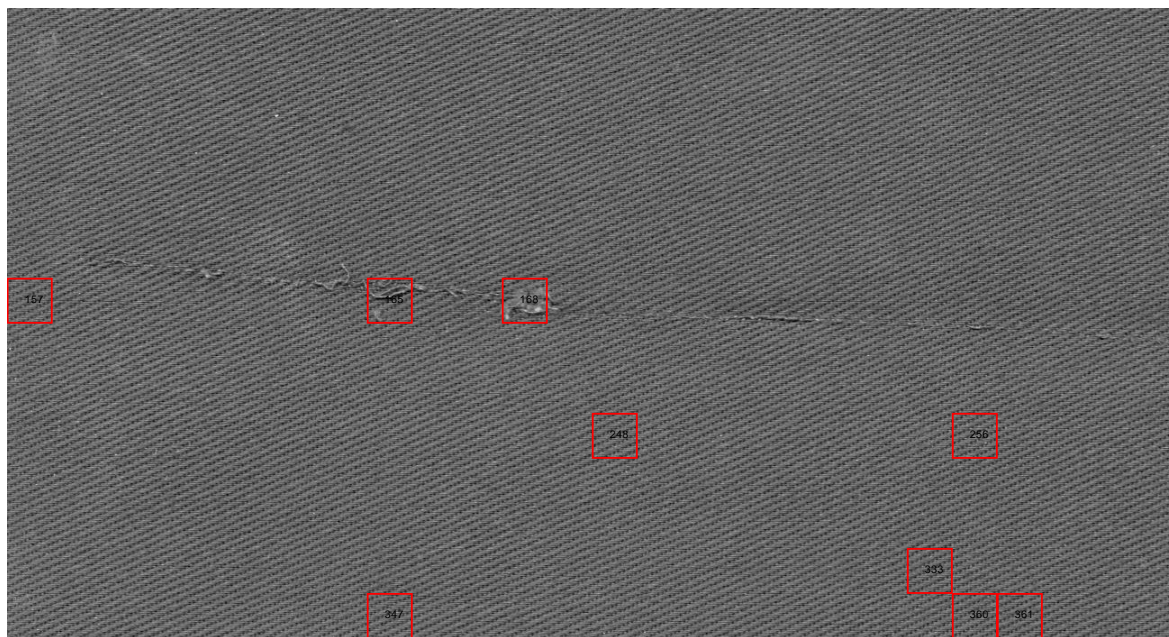
b)

Obrázek 92: a) Regulační diagram pro první hlavní komponentní skór, b) odhalená okna v místě vady.





a)



b)

Obrázek 93: a) Regulační diagram pro druhý hlavní komponentní skór, b) odhalená okna.



---

## 11. ZÁVĚR

V testu 1 bylo prokázáno, že postup monitorování defektů pomocí regulačních diagramů založený na texturních statistikách je velmi citlivý na pořízení trénovacího souboru dat (souboru dat z neporušené textury), tj. souboru dat, kdy je monitorovaný proces ve statisticky zvládnutém stavu. Ukazuje se, že například i velmi malé změny v průběhu získání digitálního obrazu (natočení snímaného vzorku, změna světelných podmínek při snímání, relativně malá změna povrchu) mohou mít velký vliv na parametry rozdělení vektoru texturních charakteristik získaných z výběru oken tohoto vzorku. Proces sice je na základě získaných dat ve statisticky zvládnutém stavu, ale použití Hotellingových regulačních diagramů s parametry procesu, které takto získáme z trénovacího souboru dat, je pro detekci vad bezpředmětné. V dalších testech proto byly vždy trénovací soubory dat pořízeny z části obrazu textilie bez vady, který byl získán při snímání textilie s vadou. Tento krok je vlastně totožný s regulováním procesu ve *Fázi I*, je však nutné mít zaručeno, aby výběr oken z textury tvořil „náhodný výběr“. Za této podmínky lze dostat poměrně smysluplné výsledky detekce defektů za použití Hotellingova regulačního diagramu pro budoucí pozorování při použití obou texturních přístupů, tj. statistického, respektive spektrálního. Jak plyne z většiny testů při použití regulačního diagramu hlavních komponent založeného na Hotellingově statistice  $T_i^2$ , kdy se do statistiky  $T_i^2$  zahrne vliv pouze prvních  $k$  hlavních komponent vysvětlujících více jak 80 % celkové variability dat, dojde při regulaci procesu k omezení false alarmů. Studovány byly rovněž diagramy pro jednotlivé komponentní skóry, které můžeme vyhodnocovat nezávisle na sobě, neboť hlavní komponenty jsou nekorelované. Pokud se data získávala pomocí nastavení „systematic“, v regulačních diagramech hlavních komponentní skóre byl zpravidla pozorován trend na testovacích datech. Trend byl pravděpodobně způsoben systematickým výběrem oken, která vykazují určitě stupeň závislosti a periodickým opakováním textury textilie.

---

## 12. SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

SPC	-	<i>Statistical Process Control</i> (statistická regulace procesu)
GLCM	-	<i>Gray Level Coocurrence Matrix</i> (matice ze vzájemných šedotónových závislostí)
CUSUM	-	<i>Cumulative Sum</i> (kumulativní součet)
EWMA	-	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i> (exponenciálně vážený klouzavý průměr)
PCA	-	<i>Principal Component Analysis</i> (analýza hlavních komponent)
HSD	-	<i>Historical Data Set</i> (Historická data z procesu)
$n$	-	Rozsah podskupiny, rozsah výběru
$\bar{x}$	-	Označení Shewhartova regulačního diagramu $\bar{x}$
$\sigma$	-	Směrodatná odchylka
$\mu$	-	Znamá střední hodnota
$\Sigma$	-	Varianční matice
$T^2$	-	Testová statistika Hotellingova regulačního diagramu
$X_i$	-	vektor
CL	-	<i>Central Line</i> (střední linie, centrální linie) – požadovaná hodnota charakteristiky
UCL	-	<i>Upper Control Limit</i> (horní regulační mez)
LCL	-	<i>Lower Control Limit</i> (dolní regulační mez)
$p$	-	pravděpodobnost
UWL	-	<i>Upper Warning Limit</i> (horní výstražná mez)
LWL	-	<i>Lower Warning Limit</i> (dolní výstražná mez)
$X_i$	-	Náhodný výběr
$\bar{x}$	-	Průměr
$\hat{\mu}$	-	Odhad střední hodnoty
$\hat{\sigma}$	-	Odhad směrodatné odchylky
$\sigma$	-	Odhad směrodatné odchylky sledované charakteristiky
$k$	-	konstanta
S	-	Výběrová varianční matice

---

$\mathbf{X}$	- Vektor $p$ -rozměrného normálního rozdělení
$x$	- Označení osy
$R_i$	- Výběrové rozpětí
$m$	- Výběr podskupiny
$\bar{R}$	- Průměrné rozpětí
$\sigma^2$	- Odhad směrodatné odchylky
$H$	- Konstanta
$\bar{\mathbf{X}}_i$	- Vektor výběrových průměrů
$\mathbf{X}_{ij}$	- Náhodný výběr v $i$ -té logické podskupině
$\bar{\mathbf{S}}$	- Průměr variančních matic
$\bar{\bar{\mathbf{X}}}$	- Výběrový průměr přes všechny podskupiny
ARL	- <i>Average Run Length</i>
$C_i$	- Kumulativní součet odchylek
$r$	- Váha - základní volitelný parametr diagramu EWMA
$\alpha$	- Riziko
$\beta$	- Chybějící signál
$Y_0$	- Hodnota požadované úrovně střední hodnoty regulované veličiny $\mu_0$
$y_j$	- Latentní proměnné
$\lambda_i$	- Vlastní číslo
$\mathbf{v}_i$	- Vlastní vektor variační matice
$Z_i$	- Střední hodnota v metodě hlavních komponent
$\bar{Z}_i$	- Průměr pro každý z $p$ komponentních skóre
$d$	- Vzdálenost mezi dvěma obrazovými body
$\theta$	- Příslušný úhel mezi dvěma obrazovými body
$\mathbf{A}$	- Označení matice
$\det(\mathbf{A})$	- Označení determinantu matice $\mathbf{A}$
$\mathbf{C}$	- Normalizovaná matice plošných šedotónových závislostí
$G$	- Počet úrovní šedi
2D DFT	- <i>2 Dimensional Discrete Fourier Transform</i> (Dvojrozměrná Fourierova transformace)
$S_\alpha$	- Hodnota vynášená do polárního diagramu

---

---

## 13. POUŽITÁ LITERATURA

- [1] KUPKA, K., Metody statistického řízení jakosti. *Automa: odborný časopis pro automatizační techniku*. 2001, roč. 2001, č. 7-8, s. 13-17.
- [2] TOŠENOVSKÝ, J., NOSKIEVIČOVÁ, D., *Statistické metody pro zlepšování jakosti*. 2000. vyd. Ostrava : Montanex , a.s., 2000. 362 s. ISBN 80-7225-040-X.
- [3] BOHUŠ, M., KOPP, P., Přehled regulačních diagramů pro různé situace v rámci statistické regulace procesu a možnost jejich aplikace v Excelu. XXX. ASR \2005 Seminar, Instruments and Control, s. 49-52.
- [4] BARTOŠ, V., a spol., *Příručka k vnitřní kontrole kvality*, 2008, ISBN 978-80-254-1130-8.
- [5] RYAN, T.P., *Statistical Methods for Quality Improvement*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 2000.
- [6] STOUMBOS, Z. G., et al., The State of Statistical Process Control as We Proceed into the 21st Century. *Journal of the American Statistical Association*, No. 451, 2000, pp. 992-998.
- [7] ZAMBA, K.D., HAWKINS, D.M., A Multivariate Change-Point Model for Statistical Process Control, *Technometrics*; Nov. 2006; Vol. 48; No. 4, 539-549.
- [8] BERSIMIS, S., PSARAKIS, S., PANARETOS, J., Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview. *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 23, 2007, pp. 517-543.
- [9] TUNÁK, M., *Detekce vad v plošných textiliích*, Disertační práce, TU v Liberci, 2008, DFT/11/2008.
- [10] KOUKOLOVÁ, J., *Katalog tkanin*, Bakalářská práce, FT TU v Liberci, 2009.
- [11] *NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods*, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, [cit. 2010-05-02]
- [12] MELOUN, M., Určení struktury a vazeb v proměnných a objektech, Technical Report, 2001, [cit. 2010-05-02]. Dostupný z WWW: <http://meloun.upce.cz/docs/research/chemometrics/methodology/4pca.pdf>
- [13] MASON, R., L., YOUNG, J., C., *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Control Applications*, SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, ASA, Alexandria, Virginia, 2002.
- [14] CROSIER R., B., Multivariate Generalizations of Cumulative Sum Quality-Control Schemes. *Technometrics*, Vol. 30, 1988, pp.291-303.
- [15] LOWRY C., A., WOODALL W., H., Champ C., W., Rigdon S., E., A Multivariate

- 
- EWMA Control Chart, *Technometrics*, Vol. 34, 1992, pp. 46-53.
- [16] HEBÁK P., HUSTOPECKÝ J., *Vícerozměrné statistické metody s aplikacemi*, SNTL, Praha, 1987, ISBN 04-323-87
- [17] LIN J., J., Applying a Co-occurrence Matrix to Automatic Inspection of Weaving Density for Woven Fabrics. *Textile Res. J.* **72**(6), 486-490 (2002).
- [18] KUO C., F., J., SU, T.L., Gray Relational Analysis for Recognizing Fabric Defects. *Textile Res. J.* **73**(5), 461-465 (2003).
- [19] PETROU M., SEVILLA G., P., *Image Processing, Dealing with Texture*. Wiley & Sons Ltd., 2006.
- [20] HARALICK R., M., SHANMUGAM K., DINSTEN I., Textural Features for Image Classification. *IEEE Transaction on Systems, Man. and Cybernetics* **3**, No. 6: 610-621. 1973.
- [21] MASON, R., L., YOUNG, J., C., *Multivariate Statistical Process Control with Industrial control Applications*, SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, ASA, Alexandria, Virginia, 2002.
- [22] CHAN, C., PANG, G., K., H., Fabric Defect Detection by Fourier Analysis. *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. **36**, No. 5, 2000.
- [23] TUNÁK, M., LINKA, A., Directional Defects in Fabrics. *Research Journal of Textiles and Apparel*, Vol. 12, No. 2, 2008, pp. 13-22, ISSN 1560-6074.
- [24] TUNÁK, M., LINKA, A., VOLF, P., Automatic Assessing and Monitoring of Weaving Density. *Fibres and Polymers*, 2009, Vol. 10, No. 6, pp. 830-836, ISSN 1229-9197.
- [25] WOODALL W., H., Controversies and Contradictions in Statistical Process Control, *Journal of Quality Technology*, 2000; Vol. 32, pp. 341-350.
- [26] LOWRY C., A., MONTGOMERY D., C., A Review of Multivariate Control Charts. *IIE Transactions*, 1995, Vol. 27, pp. 800-810
- [27] MASON, R. L., YOUNG, J., C., Implementing Multivariate Process Control Using Hotelling's T2 Statistic, *Quality Progress*, 2001, Vol. 34 (4), pp. 71-73.
- [28] SEBER, G., A., F., *Multivariate Observation*, Wiley: New York, 1984.
- [29] WOODALL W., H., NCUBE, M., M., Multivariate CUSUM Quality Control Procedures. *Technometrics*, 1985; Vol. 27, pp. 285-292.
- [30] GONZALES, R., C., WOODS, R., E., EDDINS S., L., *Digital Image Processing*. 2<sup>nd</sup> edition, Prentice-Hall, 2002.
-

---

## 14. PŘÍLOHY

### Zdrojový kód pro funkci `sliding.m`

```
function [array_end]=sliding(r,c>window,method,amount)
array_end=[];
switch method
    case {'systematic'}
        k=0;
        for i=1>window:r>window+1
            for j=1>window:c>window+1
                k=k+1;
                array_end=[array_end; k i j];
            end
        end
    case {'systematic_overlap'}
        k=0;
        for i=1>window/5:r>window+1
            for j=1>window/5:c>window+1
                k=k+1;
                array_end=[array_end; k i j];
            end
        end
    case {'random'}
        array_end=[(1:amount)' round(unifrnd(1,r>window,amount,1)) round(unifrnd(1,c-
>window,amount,1))];
    case {'sample'}
        array_end=[1,unidrnd(r>window),unidrnd(c>window)];
        k=1;
        for j=2:amount
            k=1;
            while (k==1),3
                pomx=unidrnd(r>window);
                pomy=unidrnd(c>window);
                for l=1:size(array_end,1)
                    kk=inters([array_end(l,2),array_end(l,3)],[pomx,pomy],
                        window,r,c);
                    if kk==0,
                        break;
                    end;
                end;
                if ((kk==1) && (l==size(array_end,1))),
                    k=0;
                end;
            end;
            array_end=[array_end;j,pomx,pomy];
        end;
end;
```

### Zdrojový kód pro funkci `okna.m`

```
function okna(I,indexT,ot>window,color)
figure(),imshow(I,[]);
for i=1:size(ot,1)
    text(indexT(ot(i),3)+3*width/8,indexT(ot(i),2)+4*width/9,int2str(ot(i)),'FontSize',9,'Col
        or','k');
    rectangle('position',[indexT(ot(i),3) indexT(ot(i),2) window-1 window-
        1],'EdgeColor',color,'LineWidth',2);
end;
```

### Zdrojový kód pro funkci `Hotelling.m`

```
function [hottelT UCL ot]=Hotelling(dataN,dataNR,covx,alpha,test)
% provede vypocet Hotelling T2 statistiky pro normovana data
% zobrazí Hotellinguv regulacni diagram
% Xbar=mean(data);
hottelT=[];
for j=1:size(dataNR,1)
```

---

```

        Xi=dataNR(j,:);
        T2=Xi*inv(covx)*Xi';
        hottelT=[hottelT;T2];
    end;
    [m p]=size(dataN);
    switch test
        case 1
            UCL=(p*(m+1)*(m-1))*finv(1-alpha,p,m-p)/(m*(m-p));
        case 2
            UCL=((m-1)^2/m)*betainv(1-alpha,p/2,(m-p-1)/2);
    end;
    % regulacni diagram
    figure(),plot(hottelT,'+r-')
    hold on, plot(ones(1,size(hottelT,1))*UCL,'k-')
    % zjisteni, ktere hodnoty jsou mimo regulační meze
    ot=find(hottelT>UCL);
    for i=1:length(ot)
        plot(ot(i),hottelT(ot(i)),'bo');
    end
end

```

### Zdrojový kód pro funkci inters.m

```

function kk=inters(x,y>window,r,c)
pomax=max(x(1,1)-window+1,0);
pomin=min(x(1,1)+window-1,r);
gamax=max(x(1,2)-window+1,0);
gamin=min(x(1,2)+window-1,c);
if ((pomax<y(1,1)) && (y(1,1)<pomin)) && ((gamax<y(1,2)) && (y(1,2)<gamin)),
    kk=0;
else
    kk=1;
end
end

```

### Zdrojový kód pro skript testovani.m

```

metoda=input('Vyber metodu pro stanoveni charakteristik (1-cooccur,2-rose,3-spectral) ');
% nacteni obrazku pro HDS
I=imread('zatrh.jpg');
I=I(1:1400,1:1300);
if size(I,3)>1, I=rgb2gray(I); end % konverze z RGB do GRAY
I=double(I); % trida double
[r c]=size(I);

%%% FIGURE 1, HDS obrazek
imshow(I,[]);

% sude cislo - velikost prohlizeciho okna
window=50;

% provedeni HDS (Historical Data Set)
%'systematic' - systematicke rozdeleni obrazku po radcich na neprekryvacijici
% se okna velikosti 'window'
%'systematic_overlap' - stejne jako v predchozim pripade, ale navíc kazde okno
% je posunoto o 'window/5'
%'random' - nahodné unisteni oken, bez ohledu na prekryti
%'sample' - nahodny vyber oken, okna se neprekryvaji
soubor=input('Generovat novou testovací sadu oken? 1-ANO 2-NE ');
if soubor==1,
    indexT=sliding(r,c>window,'sample',60);
    save('file_indexT.mat','indexT');
else
    load('file_indexT.mat');
end;

oo=1:size(indexT,1);
%%% FIGURE 2, HDS prehled vybranych oken
okna(I,indexT,oo',window,'b');

% vytvoreni HDS z oken, vypoctenim charakteristik
% vypocet texturnich charakteristik z anizotropni GLCM (tj. zahrnuje smery
% a)[0 1] b)[-1 1] c)[-1 0] d)[-1 -1])
dataT=[];

```

---



---

```

hottelT=[];
for i=1:size(indexT,1)
    ITsub=imcrop(I,[indexT(i,3) indexT(i,2) window-1 window-1]);
    switch metoda
        case 1
            glcmT=graycomatrix(ITsub,'offset',[0 1; -1 1;-1 0;-1 -
1], 'NumLevels',256, 'GrayLimits',[0 255]);

            glcmTT=(glcmT(:, :, 1)/sum(sum(glcmT(:, :, 1)))+glcmT(:, :, 2)/sum(sum(glcmT(:, :, 2)))+glcmT(:, :, 3
)/sum(sum(glcmT(:, :, 3)))+glcmT(:, :, 4)/sum(sum(glcmT(:, :, 4)))/4;
            dataT=[dataT; energieC(glcmTT) autokorelace(glcmTT) idm(glcmTT)
moment3(glcmTT) moment4(glcmTT)];
            case 2
                [rose, rose1]=anisotropyFT(ITsub,10,0)
                dataT=[dataT; rose1];
            case 3
                [specT]=spectralFT(ITsub);
                dataT=[dataT; specT];
        end;
    end;

% vypocet zakladnich charakteristik HDS
% normovani data z HDS
% ulozeni normovanych dat do 'dataN'
XTmean=mean(dataT);
STvar=cov(dataT);
dataN=[];
pom=[];
for j=1:size(dataT,2)
    pom=[pom, 1/sqrt(STvar(j,j))];
end;
for j=1:size(dataT,1)
    Xir=dataT(j,:);
    kl=(Xir-XTmean).*pom;
    dataN=[dataN; kl];
end;

%% VSUVKA vypocet PCA na HDS z korelacni matice
covx=corr(dataN);
[COEFFN,latentN,explainedN] = pcacov(covx);
YN=dataN*COEFFN;
pN=[];
for i=1:size(dataN,1)
    pN(i,:)=1./sqrt(latentN)';
end;
YN1=YN.*pN;

% vypocet parametru pro Hotelling T2
alpha=0.001;
[hottelT UCLHDS ot]=Hotelling(dataN,dataN,covx,alpha,2);

%% POZOR POZOR POZOR po odstraneni hodnot z HDS mimo regulacni meze
% je nutne nove prepocitani odhadu XTmean a STvar
dataT(ot,:)=[];
XTmean=mean(dataT);
STvar=cov(dataT);
dataNopr=[];
pom=[];
for j=1:size(dataT,2)
    pom=[pom, 1/sqrt(STvar(j,j))];
end;
for j=1:size(dataT,1)
    Xir=dataT(j,:);
    kl=(Xir-XTmean).*pom;
    dataNopr=[dataNopr; kl];
end;
covx=corr(dataNopr);

%% FIGURE 4, zobrazeni oken mimo kontrolni meze do referecniho obrazku
okna(I,indexT,ot>window,'r');

%% nacteni testovaci obrazku
IR=imread('zatrh.jpg');
IR=IR(1400:2100,1:1300);
if size(IR,3)>1, IR=rgb2gray(IR); end % konverze z RGB do GRAY

```

---

---

```

IR=double(IR); % trida double
[r c]=size(IR);

% provedeni vyberu oken z obrazku
%'systematic' - sytematicke rozdeleni obrazku po radcich na neprekryvaciji
% se okna velikosti 'window'
%'systematic_overlap' - stejne jako v predchozim pripade, ale navíc kazde okno
% je posunoto o 'window/5'
%'random' - nahodné unistení oken, bez ohledu na překrytí
%'sample' - nahodný vyber oken, okna se neprekryvají
indexR=sliding(r,c>window,'systematic',40);

ool=1:size(indexR,1);
%%% FIGURE 5, zobrazení vyberu oken v testovacím obrazku
okna(IR,indexR,ool,'r');

% získání dat z vyberu oken
% výpočet texturních charakteristik z anizotropní GLCM (tj. zahrnuje směry
% a) [0 1] b) [-1 1] c) [-1 0] d) [-1 -1]
dataR=[];
for i=1:size(indexR,1)
    ITsubR=imcrop(IR,[indexR(i,3) indexR(i,2) window-1 window-1]);
    switch metoda
        case 1
            glcmR=graycomatrix(ITsubR,'offset',[0 1; -1 1;-1 0;-1 -
1],'NumLevels',256,'GrayLimits',[0 255]);

            nglcm1R=(glcmR(:,:,1)/sum(sum(glcmR(:,:,1)))+glcmR(:,:,2)/sum(sum(glcmR(:,:,2)))+glcmR(:,:,
3)/sum(sum(glcmR(:,:,3)))+glcmR(:,:,4)/sum(sum(glcmR(:,:,4))))/4;
            dataR=[dataR; energieC(nglcm1R) autokorelace(nglcm1R) idm(nglcm1R)
moment3(nglcm1R) moment4(nglcm1R)];
        case 2
            [roseR,roseR1]=anisotropyFT(ITsubR,10,0);
            dataR=[dataR;roseR1];
        case 3
            [specR]=spectralFT(ITsubR);
            dataR=[dataR;specR];
    end;
end;

% normování data z vyberu oken
% uložení normovaných dat do 'dataNR'
dataNR=[];
for j=1:size(dataR,1)
    Xir=dataR(j,:);
    kl=(Xir-XTmean).*pom;
    dataNR=[dataNR;kl];
end;

% výpočet Hotelling T2 pro vyber oken s využitím korelační matice
[hottelR UCLR otr]=Hotelling(dataN,dataNR,covx,alpha,1);

%%% FIGURE 6, zobrazení oken z vyberu oken, které jsou mimo regulační meze
okna(IR,indexR,otr>window,'r');

% výpočet PCA z korelační matice a použití pro normovaná data z vyberu oken
% COEFF - sloupce vlastní vektory odpovídající vlastním číslům z 'latent'
% latent - sloupec vlastních čísel (uspořádaný sestupně)
% explained - podíl jednotlivých hlavních komponent
[COEFF,latent,explained] = pcacov(covx);

% výpočet komponentních skóre (hlavních komponent) z vyberu oken
% Y1 - normovaný komponentní skóre (tj. mean(Y1)=0,var(Y1)=1)
Y=dataNR*COEFF;
pom1=[];
for i=1:size(Y,1)
    pom1(i,:)=1./sqrt(latent)';
end;
Y1=Y.*pom1;

%%%% VSUVKA - výpočet normovaných komponentních skóre z trénovací množiny
YT=dataN*COEFF;
pom2=[];
for i=1:size(YT,1)
    pom2(i,:)=1./sqrt(latent)';

```

---

---

```

end;
YT1=YT.*pom2;

nazev=strcat('data',num2str(metoda),'.mat');
save(nazev,'indexT','dataT','indexR','dataR','metoda');
%% FIGURE 8 Pomocny graf
Z2=Y1.^2;
s=0;
for j=1:length(explained')
if s>80,
    break;
end;
s=s+explained(j);
end;
pk=Z2(:,1:j);
DPCA=sum(pk');
m=length(DPCA);
UCLPCA=(j*(m+1)*(m-1))*finv(1-alpha,j,m-j)/(m*(m-j));
%% FIGURE 8
figure(),plot(DPCA,'+r-');
hold on, plot(ones(1,size(DPCA,2))*UCLPCA,'k-')
ow=find(DPCA>UCLPCA);
for i=1:length(ow)
    plot(ow(i),DPCA(ow(i)), 'bo');
end
%title('Principal components scores');

%% FIGURE 9, zobrazení oken z vyberu oken, které jsou mimo regulační meze
okna(IR,indexR,ow>window,'r');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%ZOBRAZENÍ HLAVNÍCH KOMPONENT

s=0;
for j=1:length(explained')
    if s>80,
        break;
    end;

    %% FIGURE 10-15, zobrazení jednotlivých komponentních scorů a defektních oken
    id=pcachart(Y1(:,j),3,-3);
    okna(IR,indexR,id>window,'r');
    s=s+explained(j);
end;
jj=j;

```

---